

# **Bases de Radioastronomie BF**

## **&**

# **Détection cohérente**

**P. Zarka**

*LESIA, Observatoire de Paris, Meudon*

[\*philippe.zarka@obspm.fr\*](mailto:philippe.zarka@obspm.fr)

Ecole de Goutelas 2007 : Radioastronomie Basses Fréquences, 4-8/6/2007

- **Introduction – Quelques dates**
- **Spécificités**
- **Onde & Polarisation**
- **Plasmas & Propagation**
- **Théorie de la Mesure & Bruit**

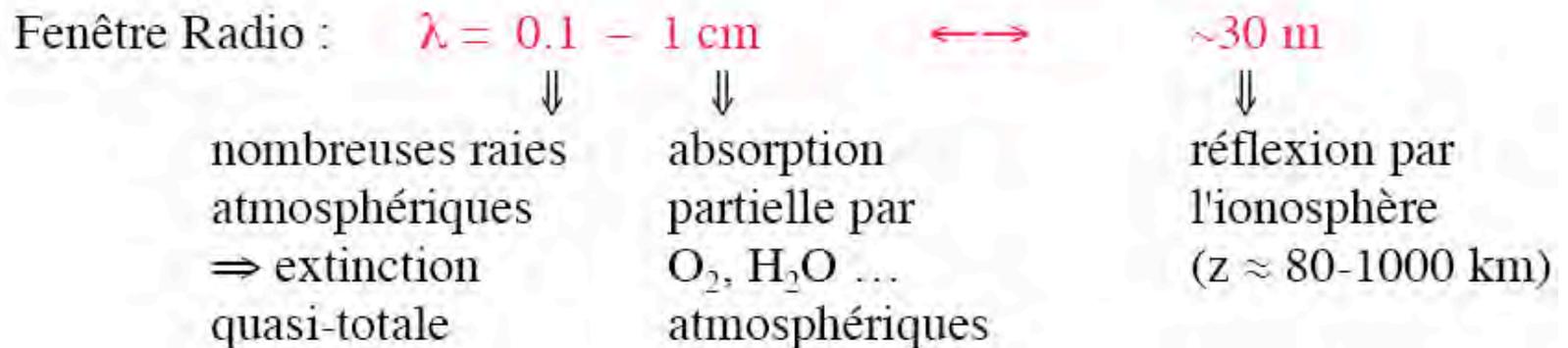
### Références

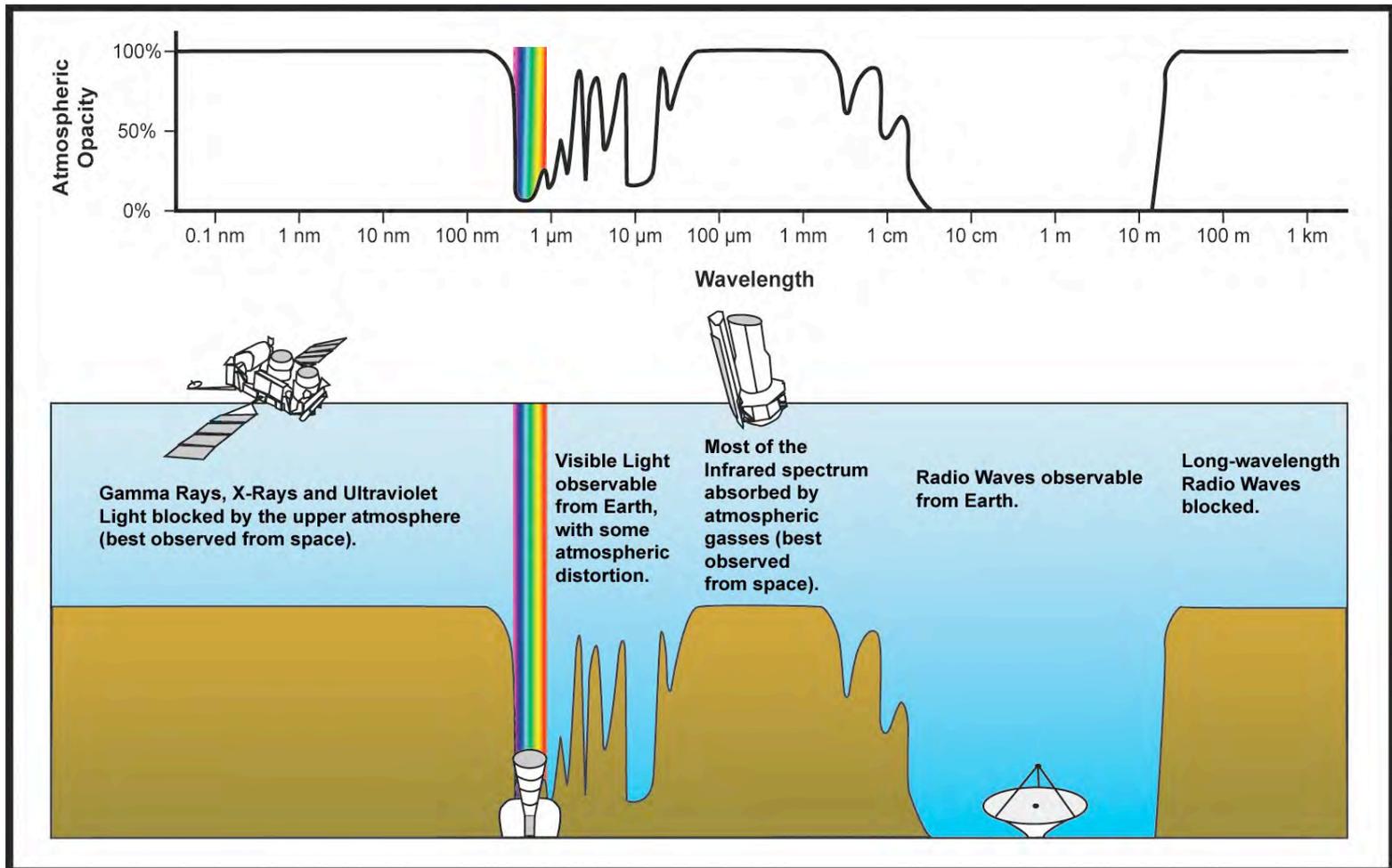
- J. D. Kraus, Radio Astronomy, Mac Graw-Hill, 2<sup>ème</sup> éd., 1986.
- K. Rohlfs & T. L. Wilson, Tools of Radio Astronomy, Astronomy&Astrophysics Library, Springer, 2<sup>ème</sup> éd., 1996.
- P. Léna et al., *Astrophysique: Méthodes physiques de l'observation*, Savoirs actuels, InterÉditions / CNRS Éditions, 2<sup>ème</sup> éd., 1996.

- **Introduction – Quelques dates**
- **Spécificités**
- **Onde & Polarisation**
- **Plasmas & Propagation**
- **Théorie de la Mesure & Bruit**

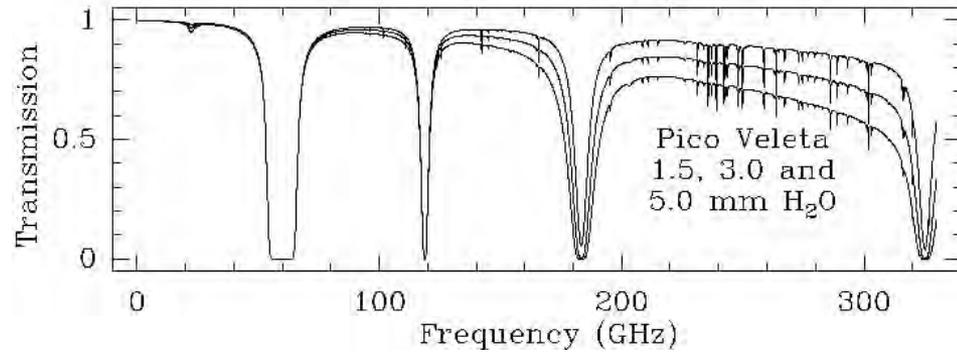
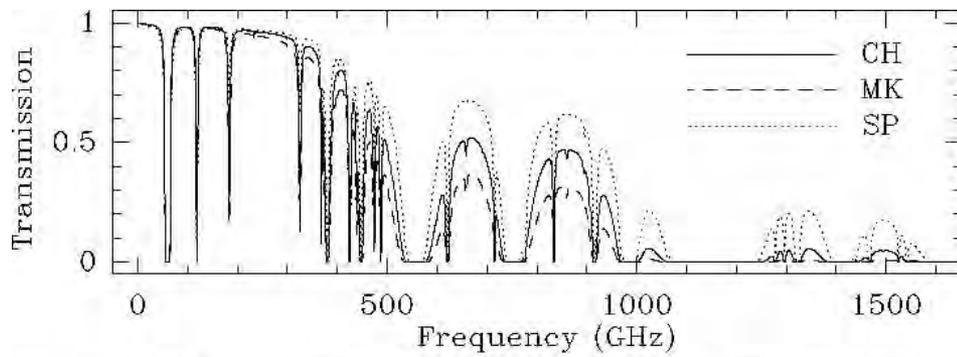
- Ondes e.m. = principal vecteur d'information en astronomie (+ rayons cosmiques, poussières, neutrinos, gravitons ? ...)
- Observation = Collecte d'énergie (de photons) + Mesure

- **Transparence atmosphérique**

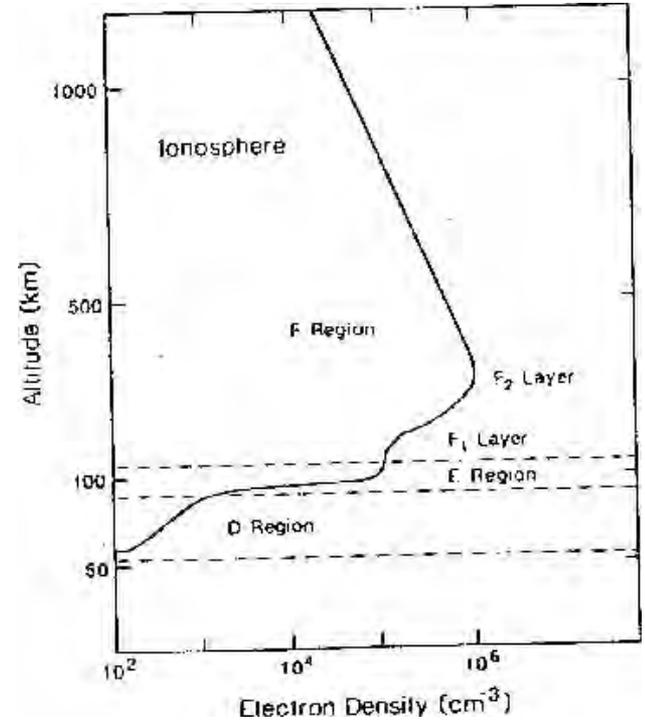
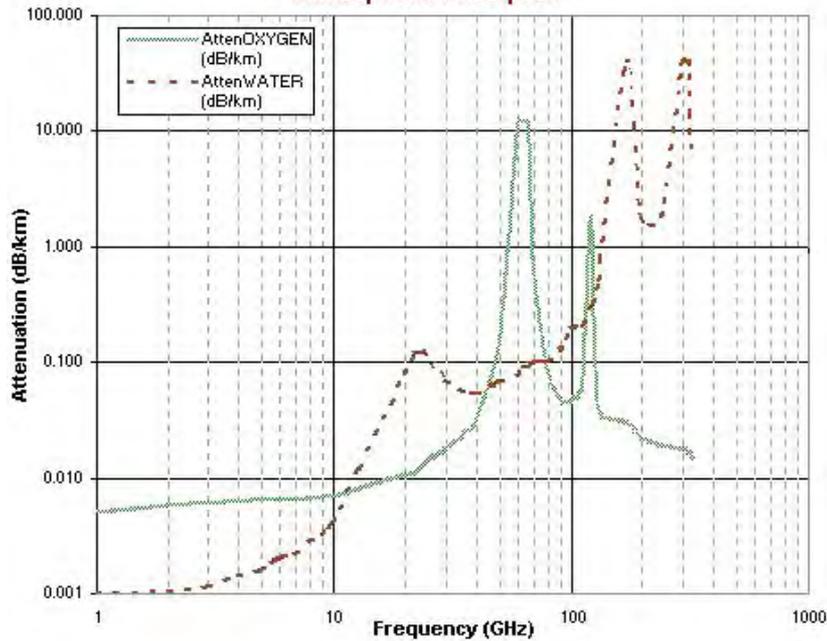




- Fenêtre Radio = 2<sup>ème</sup> fenêtre transparente de l'atmosphère
- Spatial : accès à  $\lambda \leq 0.1 \text{ mm} \leftrightarrow \geq 10 \text{ km}$



**Atmospheric Absorption**



- Domaine de la détection cohérente = Domaine "Radio"  
(techniques adaptées du Radar et des télécommunications)

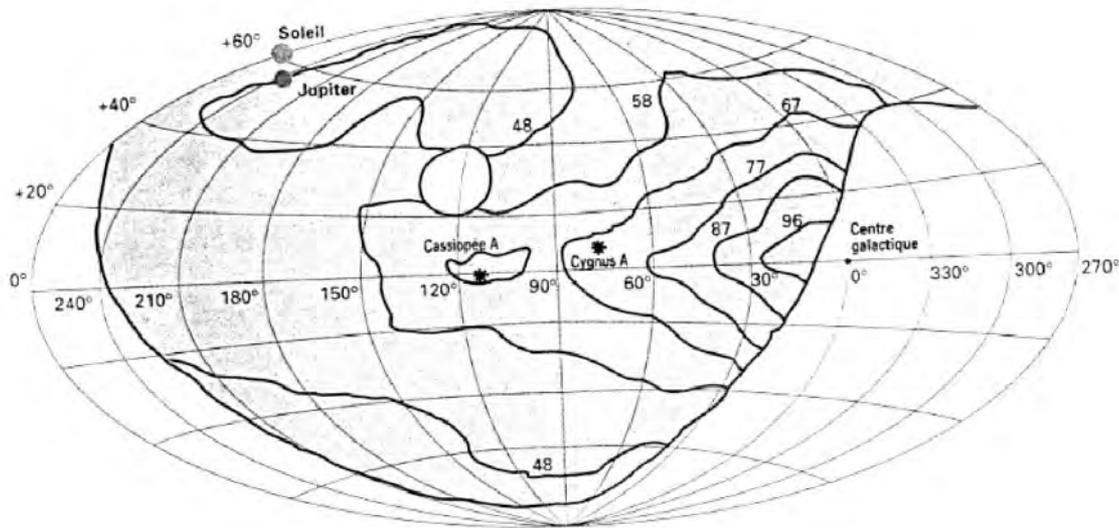
Détection cohérente	Détection incohérente
Mesure directe de $E$ & $\varphi$	Mesure de $\langle E^2 \rangle$
⇒ Récepteurs	⇒ flux total seulement
- en bande de base (CAN $\leq 100$ MHz)	
- hétérodyne (avec OL : $x \cos(2\pi f_{OL} t) \Leftrightarrow$ translation en fréquence du spectre)	⇒ bolomètres (imagerie à 1 pixel), matrices de micro-bolomètres, CCD, micro-canaux...
⇒ oscillateurs & mélangeurs conservant la phase	
⇒ BF ( $\rightarrow$ sub-mm)	⇒ HF (IR $\leftarrow$ )

- Limite entre détection cohérente / incohérente  
Radio / IR, "visible"

= limite technologique, évolue - monte en fréquence- avec le temps  
(Lasers comme O.L., jonctions SIS comme mélangeurs...)

$\rightarrow$  Frontière actuelle  $\approx$  quelques THz = ( $\lambda \leq 0.1$  mm)

1889	Onde radio = onde e.m. = onde de lumière : propagation en ligne droite à c dans le vide $\exists$ ? ondes radio cosmiques ? (mais pas de technique radio disponible)	Hertz Lodge, Deslandres
1901-5	1 <sup>ers</sup> essais de détection radio du Soleil (antenne fil de 175m + galvanomètre) → échec (sensibilité, minimum solaire...)	Nordmann
<b>1930-33</b>	Diagnostic de parasites radio à 20.55 MHz ( $\lambda=14.6$ m) → éclairs d'orages + émission du centre galactique (fixe en T.S.) = naissance de la Radioastronomie	Jansky
1936	Carte du ciel à 160 MHz ( $\lambda=1.87$ m) avec une parabole de $\varnothing=10$ m	Reber



1940-45	Développement de la technologie des antennes et récepteurs pour le Radar	
1942	Détection du Soleil à 150 MHz ( $\lambda=2$ m – brouillage radar) et à 3 & 10 GHz ( $\lambda=3$ & 10 cm) → publié en 1945 !	Hey Southwork
1946	Emission radio thermique de la Lune	US, Australie
1946	<i>Création du 1<sup>er</sup> labo de radioastronomie en France</i>	
1949-60	Radiogalaxies	Hey

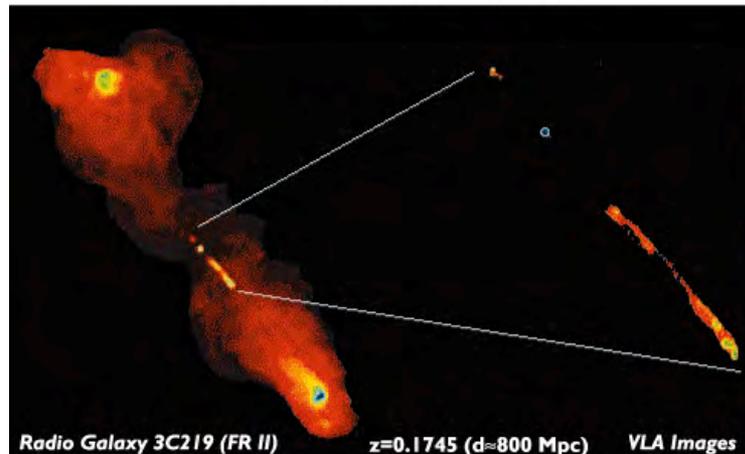
**Radio Image of Cygnus-A (FR-II)**



$z=0.056$  (d≈300 Mpc)

5 GHz image ;  $\varnothing$  200 kpc

**Radio Image of 3C219 (FR-II)**



1.4+1.6 GHz combined image at 1.4 arcsec resolution

8 GHz image of jets at 0.1 arcsec resolution

1951-63	Raie H <sub>I</sub> à $\lambda \sim 21$ cm (1420 MHz) → structure galactique spirale	Oort
1953	<i>Naissance de la station de Nançay</i>	Steinberg

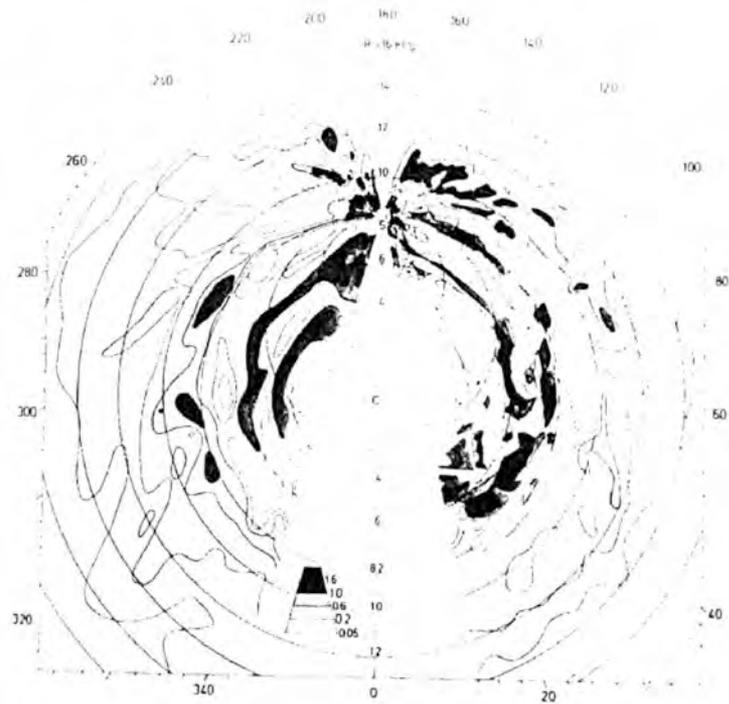


Figure 6.1 The "Leiden-Sydney" 21 cm map of neutral hydrogen in the Galaxy.

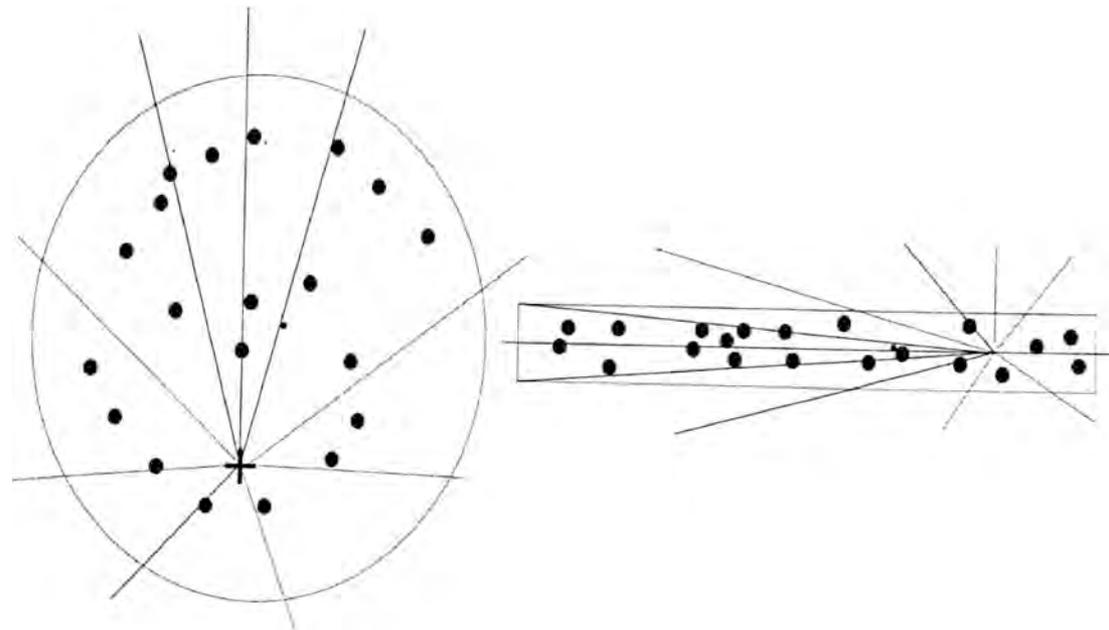


Figure 4. A schematic view of our location relative to HII regions in the Galaxy. The left figure shows the face-on view while the edge-on view is shown on the right. Line segments indicate lines of sight relative to the observer situated at the convergence point of the line segments.

1955	Rayonnement décamétrique de Jupiter (22 MHz - $\lambda=13.6$ m) $\Rightarrow$  B  Jupiter ?	Burke & Franklin
1958	Rayonnement décimétrique de Jupiter (3 GHz - $\lambda=10$ cm) $\Rightarrow$ $\exists!$ B Jupiter	Sloaker

VARIABLE RADIO SOURCE ASSOCIATED WITH JUPITER

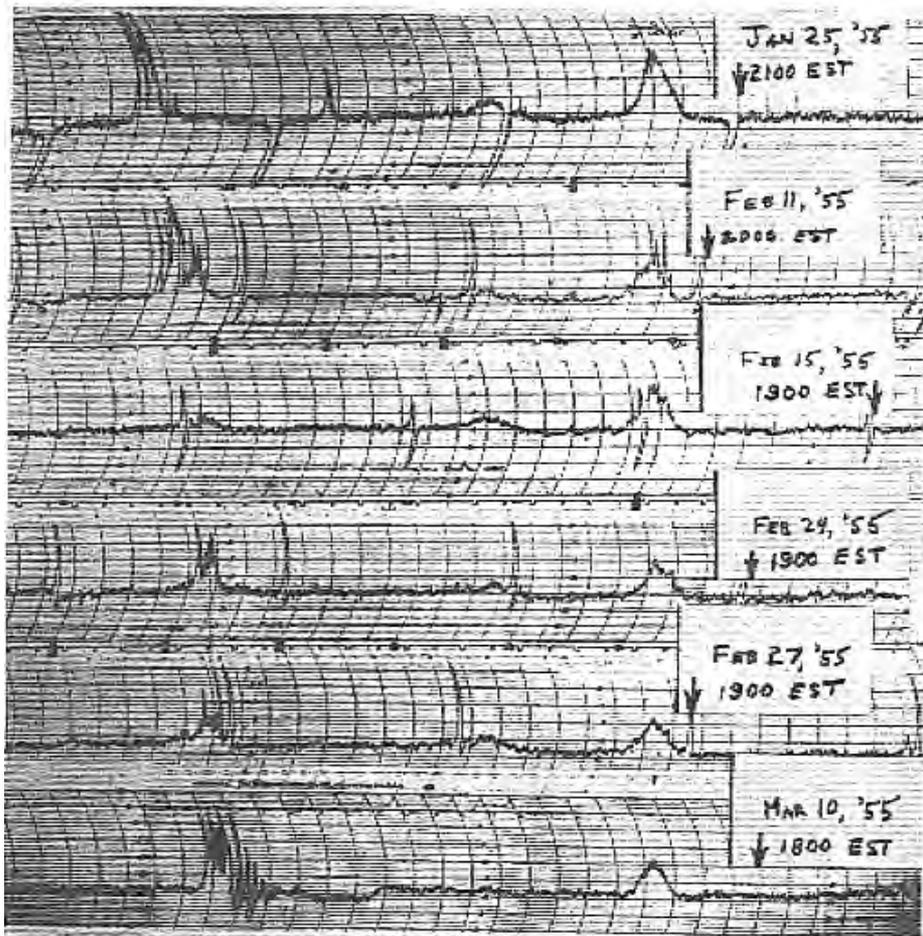


Fig. 2—Phase-switching records showing the appearance of the variable source

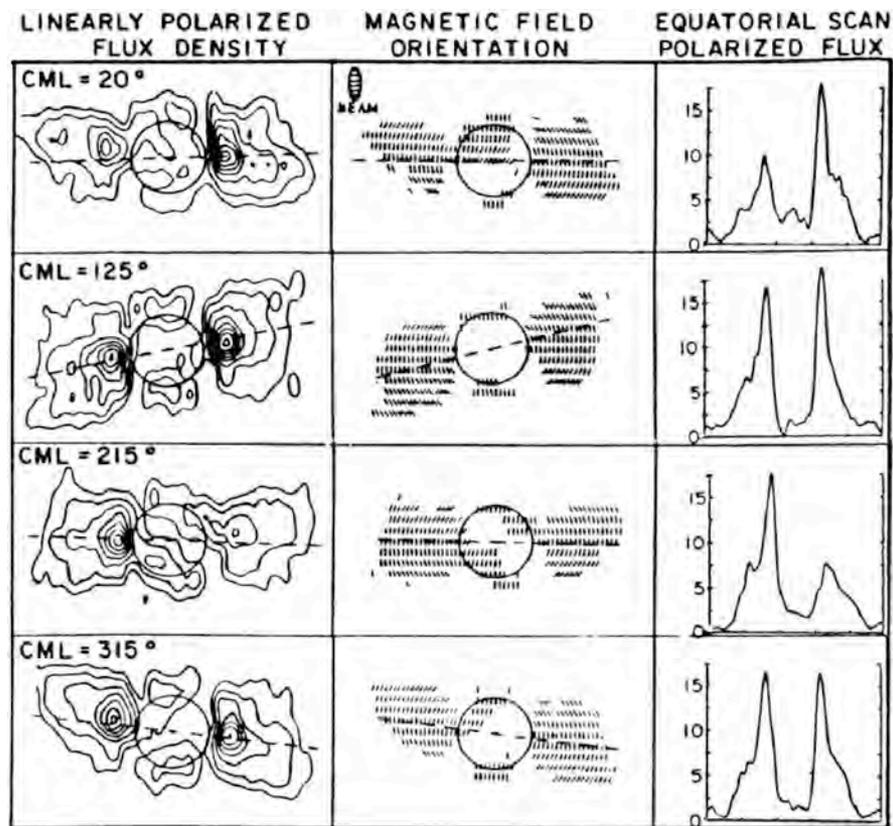
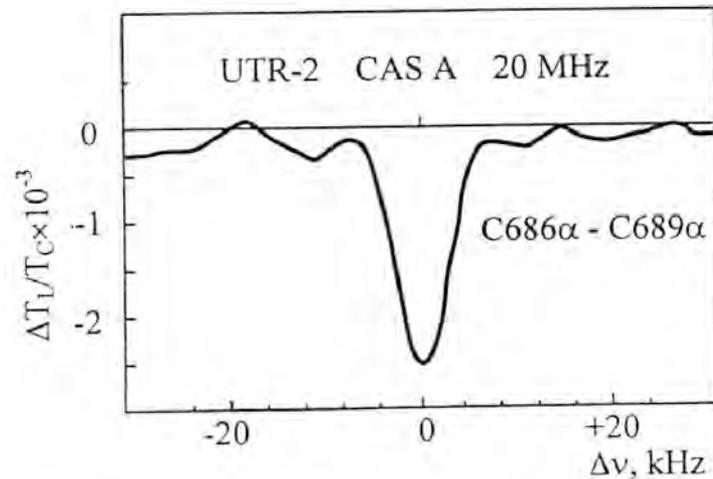


Fig. 7.9. Maps of the linearly polarized flux density at 6 cm wavelength (left hand panels), magnetic field orientation (center panels) and polarized flux density scans (in Jy) across the magnetic equator. The value of the CML is given in the upper left-hand corner of the first panel for each of the four rows of maps. The projected average magnetic field directions are drawn perpendicular to the measured orientation of the linearly polarized component of the radio emission. Adapted from de Pater [1981].

1960

Atomes "de Rydberg"

Kardashev



1963	Quasars (3C273)	
1963-68	OH & molécules complexes	
1964	TKR (rayonnement kilométrique terrestre) à 300 kHz ( $\lambda=1$ km) → Radioastronomie spatiale (satellite Elektron)	Benediktov
1965	Rayonnement cosmologique à 3 °K ( $\lambda \approx$ mm) <i>Inauguration du RT Nançay</i>	Penzias & Wilson



1967-68	Pulsars	Hewish, Bell
1970	VLBI BF de Jupiter (radiosource $\leq 400$ km)	Dulk

Fig. 1.1. Discovery observations of the first pulsar. (a) The first recording of PSR 1919+21; the signal resembled the radio interference also seen on this chart: (b) Fast chart recording showing individual pulses as downward deflections of the trace.

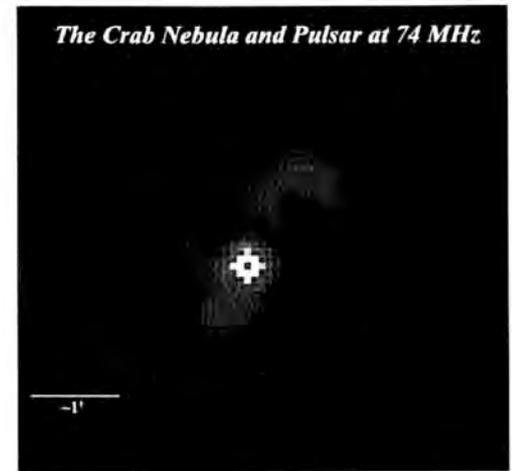
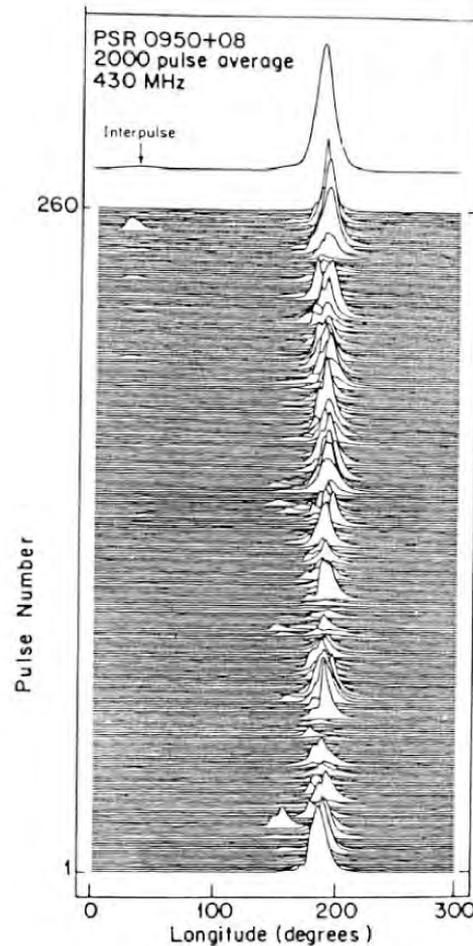
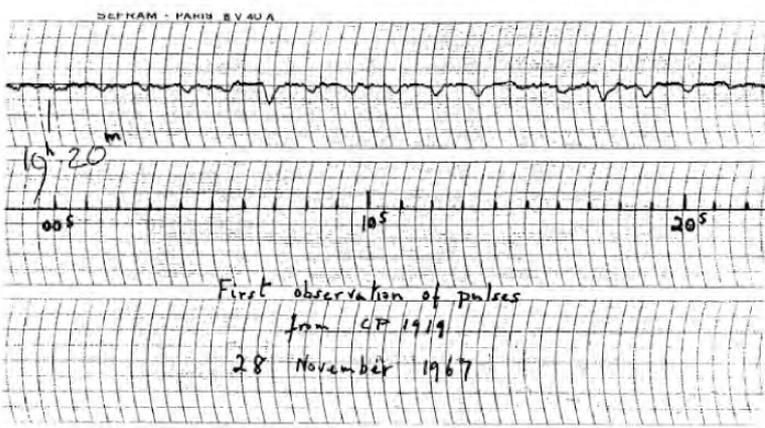
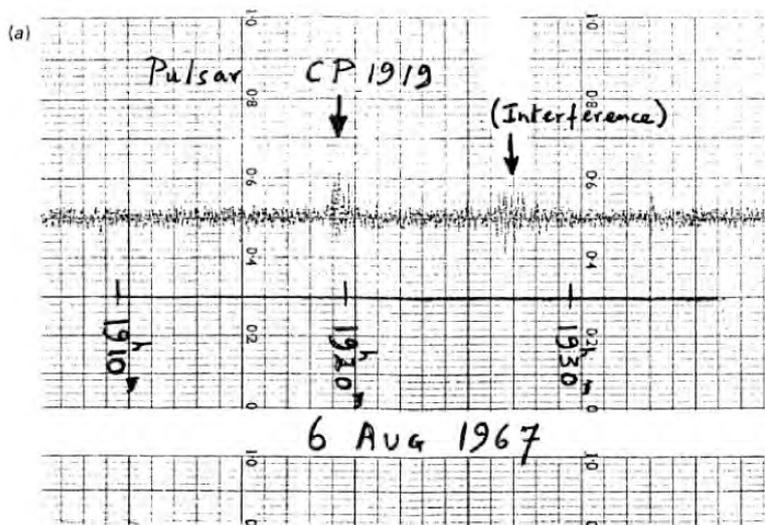
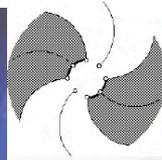
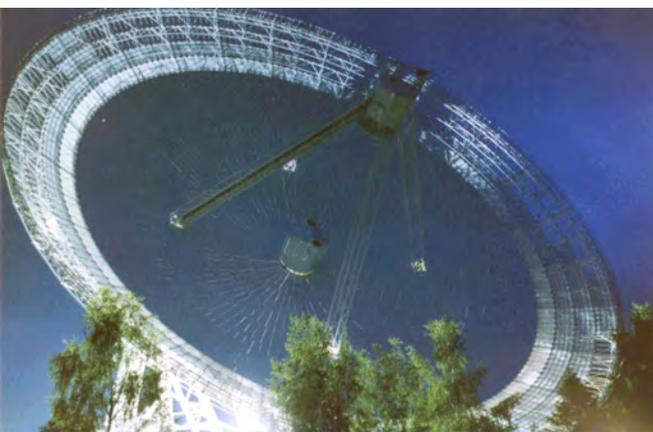
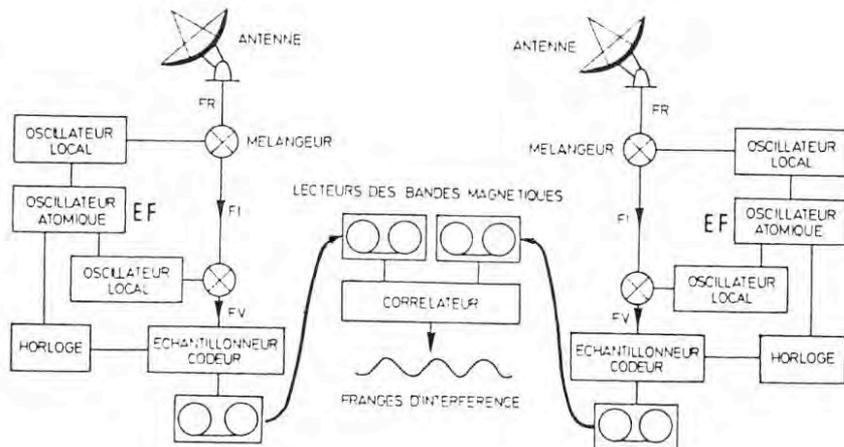


Plate 3. 74 MHz VLA image of the plerionic Galactic supernova remnant the Crab. The angular resolution is approximately  $20''$ , and the steep spectrum pulsar can be seen as a point source near the center of the source.



1970's	Grandes antennes cm - dm Réseaux d'antennes BF (Nançay, Kharkov, Boulder, Floride) ...
1980's	Voyager (radioastronomie planétaire spatiale BF) VLBI, IRAM
1990's	Ulysses, Galileo, Cassini VLA, GMRT
2000's	ALMA, LOFAR, SKA Cassini, Stereo ... Constellations de microsattellites ? Radioastronomie sur la Lune ? ...

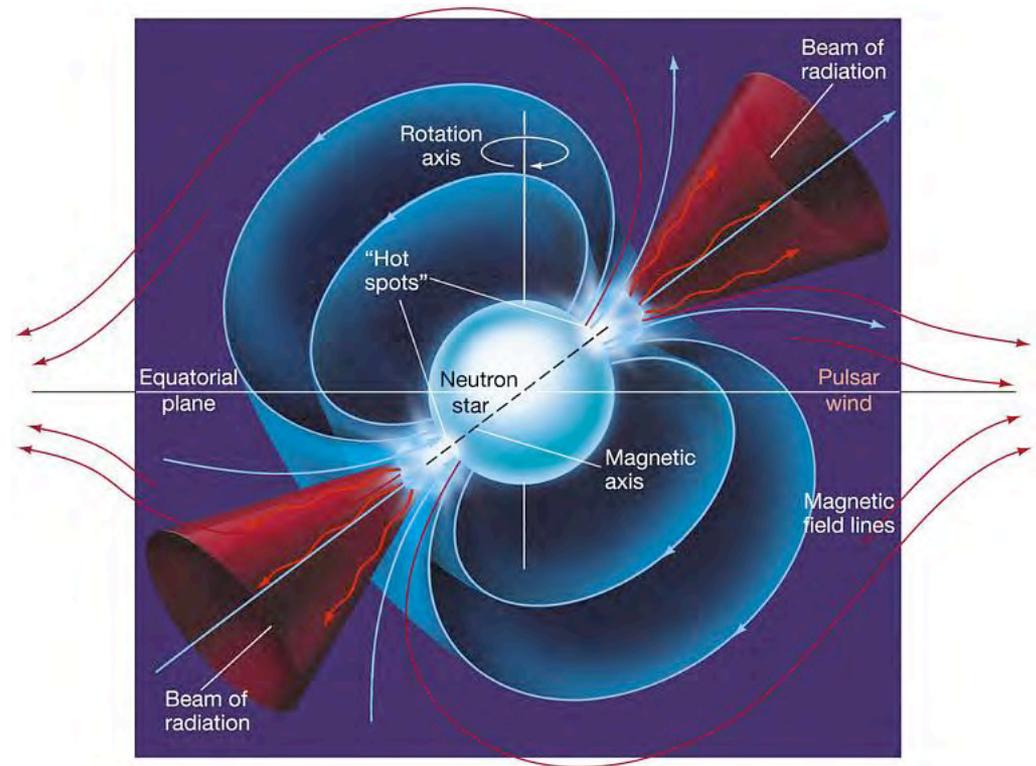
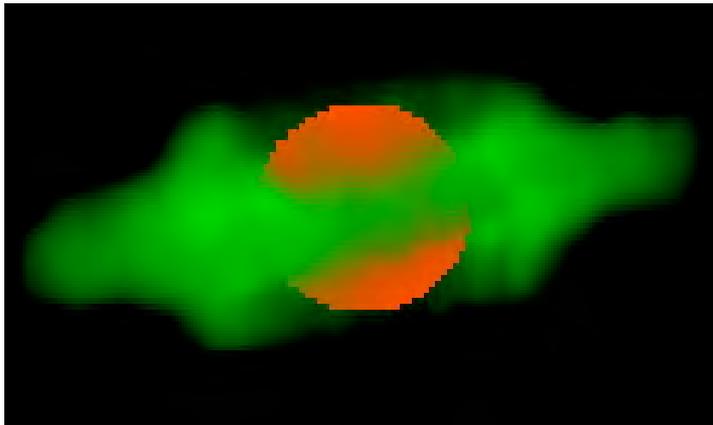


- **Introduction – Quelques dates**
- **Spécificités**
- **Onde & Polarisation**
- **Plasmas & Propagation**
- **Théorie de la Mesure & Bruit**

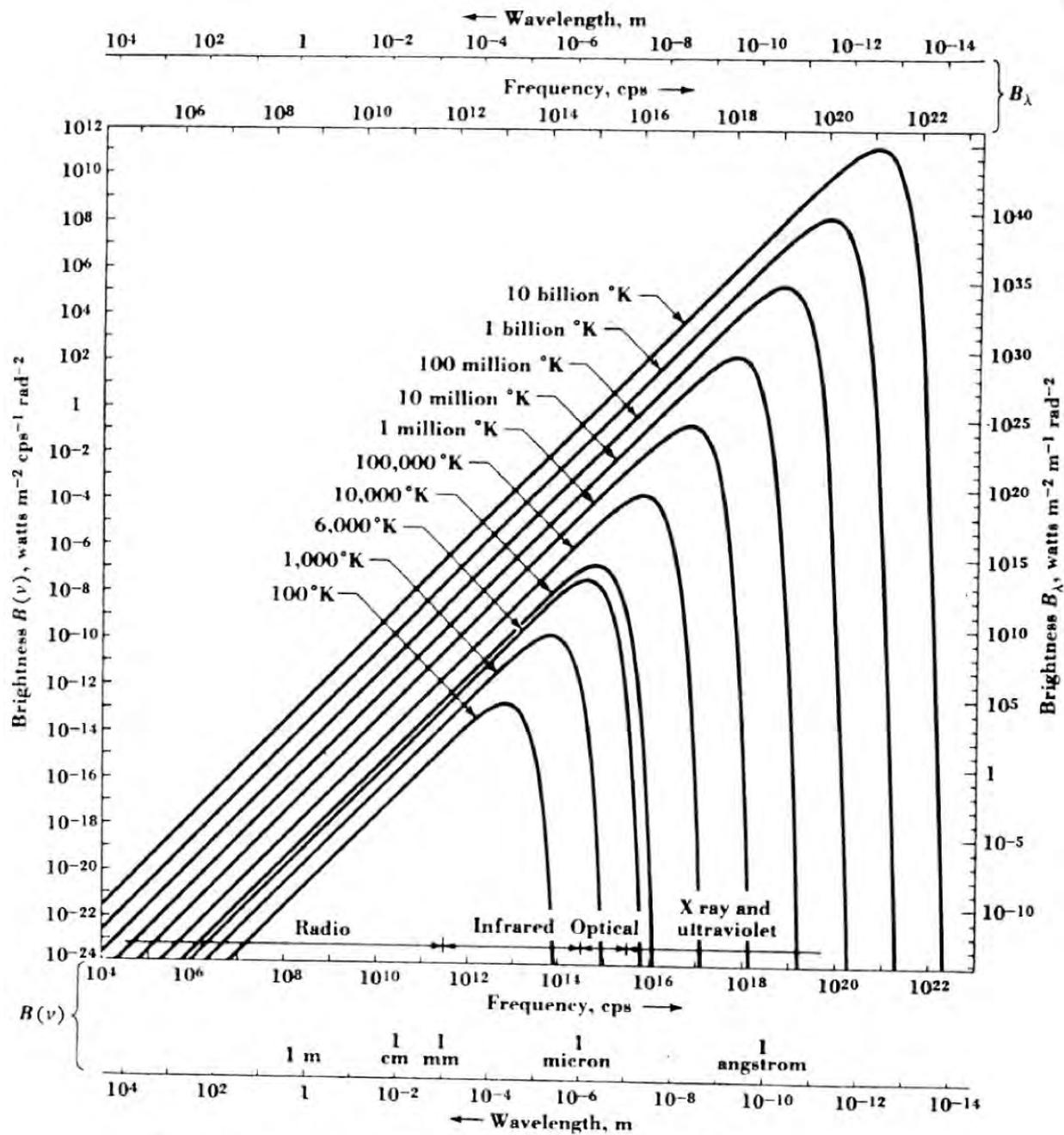
- "Physiques"

→ Aspect des sources  $\neq$  du "visible"

→ Astres nouveaux : Pulsars (1560 à ce jour : <http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/> )  
Radio-galaxies, Quasars ...







Planck-law radiation curves.  $B(\nu) d(\nu) = B(\lambda) d(\lambda)$ . Brightness as a function of wavelength or frequency.

→ Processus d'émission différents de l'optique

- Continuum non seulement thermique :  $\exists$  nombreux processus d'émission non-thermiques  
 $\Rightarrow$  spectre  $\neq \nu^{-2}$  ( $\nu^{-\alpha}$  notamment)

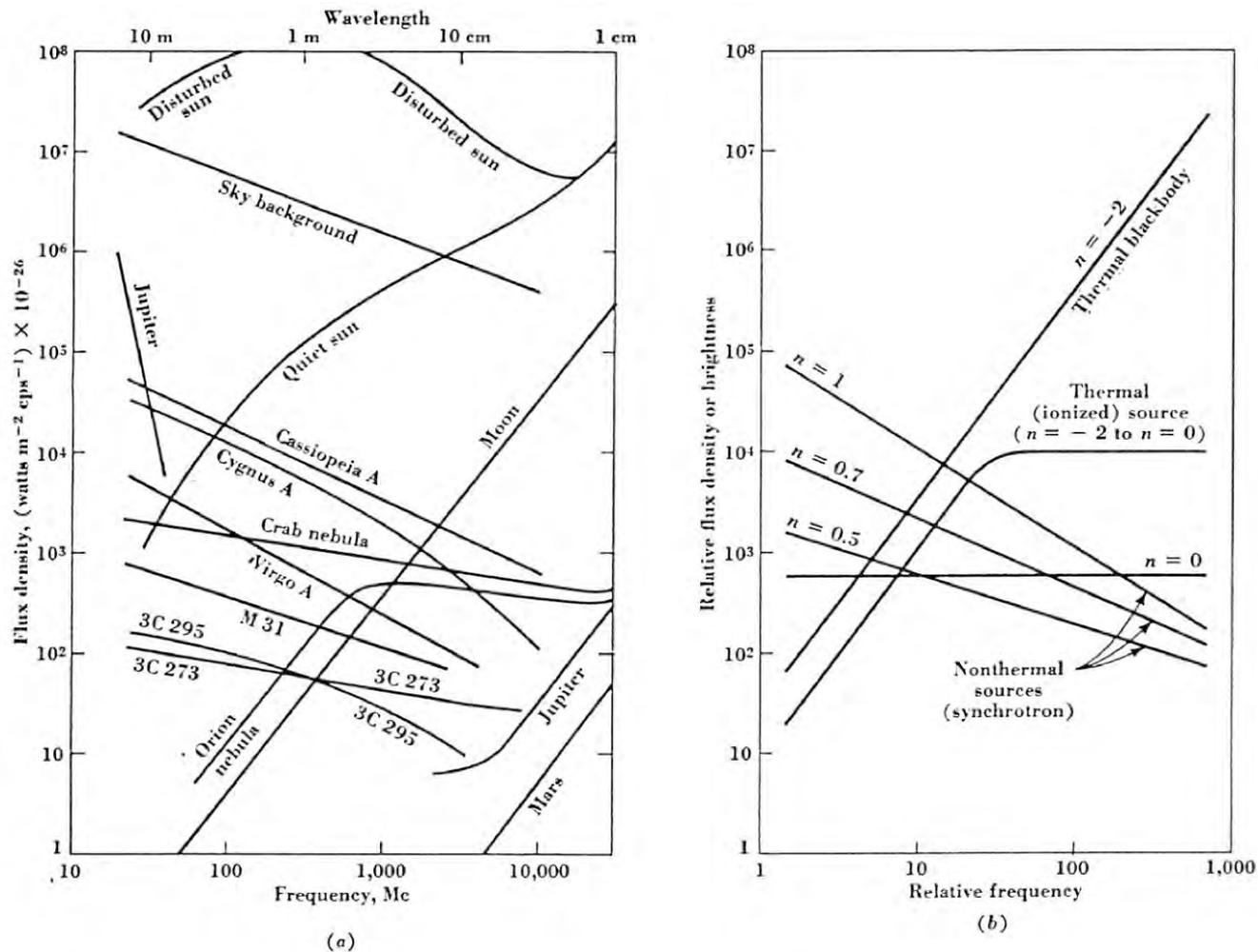


Fig. 8-6. (a) Spectra of typical radio sources; (b) calculated spectra for various values of spectral index  $n$ .

$$T_B = B(\nu) \lambda^2 / 2k$$

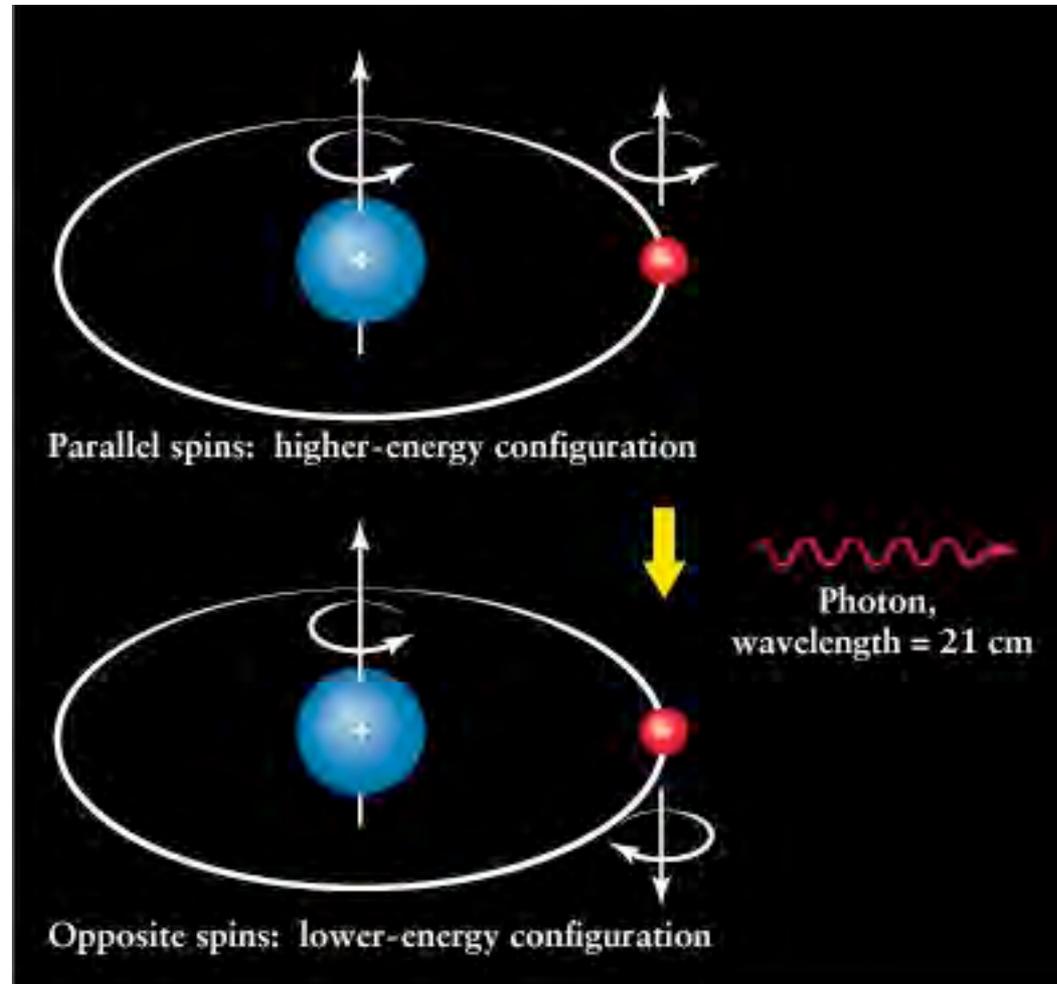
toujours utilisable dans une bande spectrale  $\Delta\nu$  restreinte

= température du corps noir émettant la même brillance  $B(\nu)$  à cette fréquence

$\neq T_{\text{physique}}$  de la source si elle n'est pas un corps noir

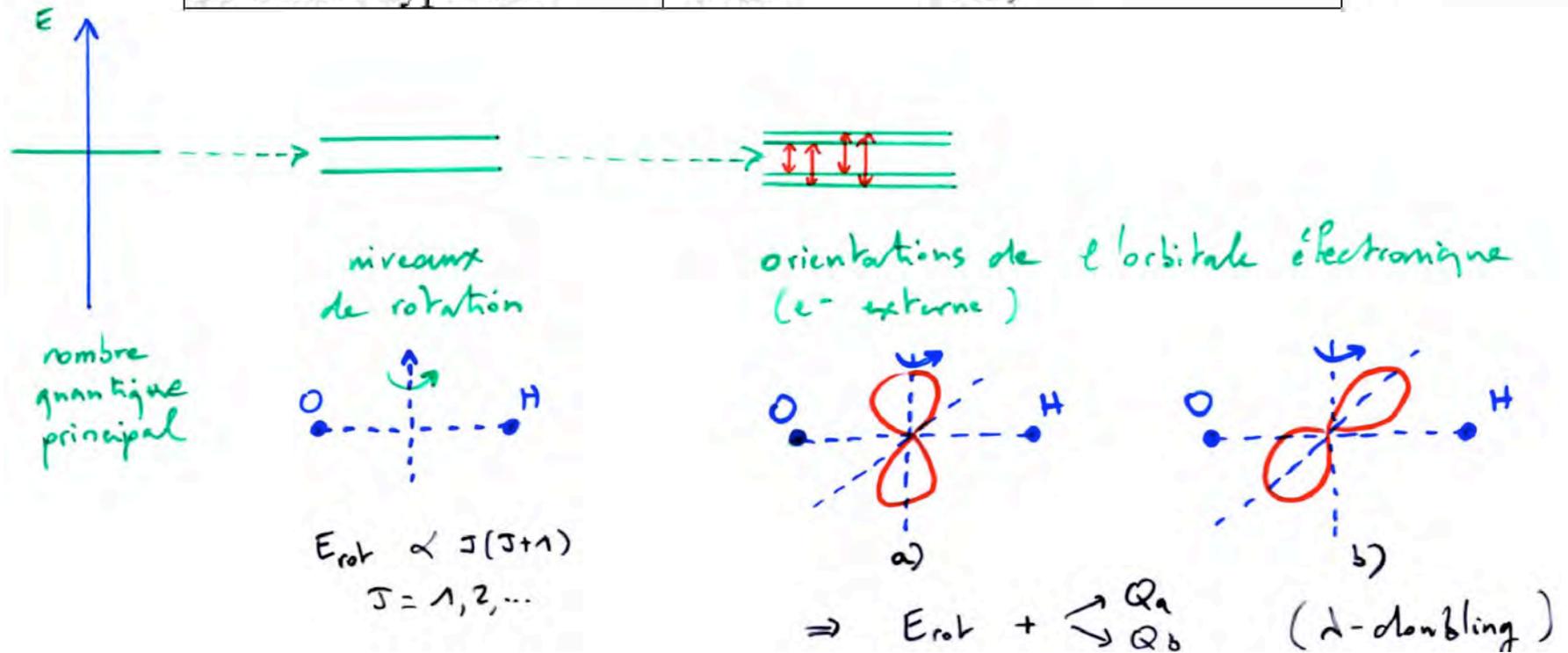
*Ex:  $T_B \geq 10^{12}$  K pour les émissions radio solaires,  $T_B \geq 10^{18}$  K (Jupiter),  
 $T_B \geq 10^{22}$  K (Pulsars)*

- Raie de  $H_1$  à 21.2 cm (1420 MHz -  $5 \times 10^{-6}$  eV)  
= structure "hyperfine" de l'atome d'hydrogène (prépondérant dans l'Univers)  
transition "interdite" ( $P \sim 3 \times 10^{-15} \text{ s}^{-1}$ )  
 $\Rightarrow$  raie très fine ( $\Delta\nu \sim 1/2\pi\tau \sim P/2\pi$ )  
 $\Rightarrow$  témoin des conditions physiques dans la source



- Nombreuses raies moléculaires en radio  
(calculées / mesurées en laboratoire / observées dans l'espace depuis  $\geq 1965-70$ )

Niveaux d'énergie	Domaine (spectral) des transitions
Orbitales électroniques	Optique, UV
Vibrations atomiques	IR
Rotations moléculaires	Radio (mm $\rightarrow$
Structure hyperfine	Radio $\rightarrow$ dm)



Ex: Radical OH (comètes, enveloppes stellaires ...)

$\rightarrow \exists$  4 transitions possibles entre 1600 et 1670 MHz ( $\lambda \sim 18$  cm),

= raies "interdites" avec rapports d'intensité 1-5-9-1



→ Diffusion & Opacité : le MIS contient des poussières ( $r \sim qq\ 0.1\ \mu\text{m}$ ) +  $H_I$   
 Probabilité de diffusion d'un photon  $\lambda$  (& fraction de la lumière incidente déviée)  
 $P(\lambda) \propto 1/\lambda^4$  ( $r \ll \lambda$ )      ~isotrope (diffusion de Rayleigh)  
 $P(\lambda) \propto 1/\lambda^2$  ( $r \sim \lambda$ )      majoritairement vers l'avant (diffusion de Mie)  
 Diffusion  $\neq$  Absorption, mais l'allongement du trajet des photons augmente la probabilité d'être absorbé par d'autres processus

Ex:  $H_I$  contribue beaucoup à l'opacité du MIS  $\leq 0.1 - 0.2\ \mu\text{m}$  (ionisation)

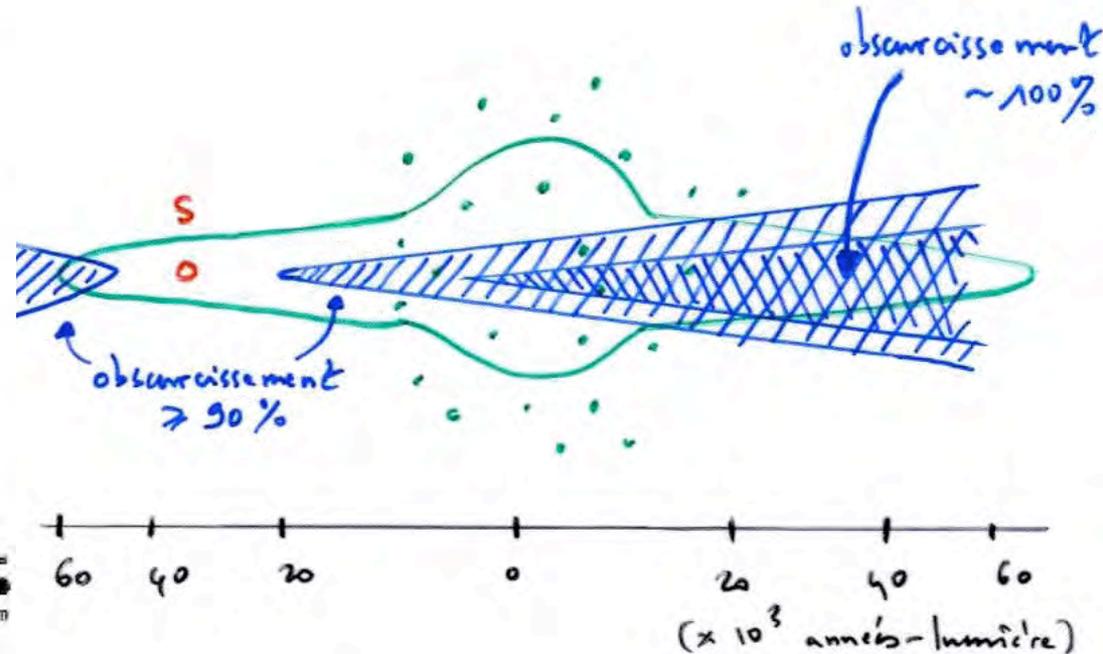
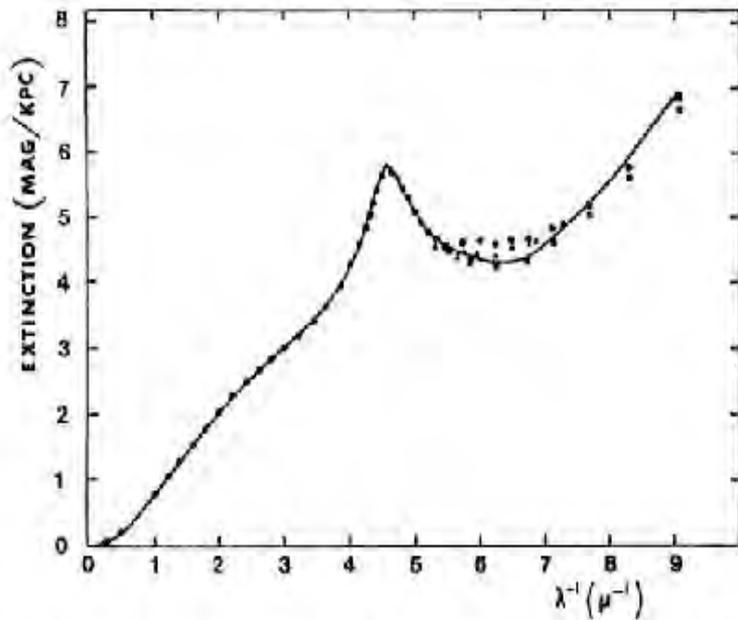
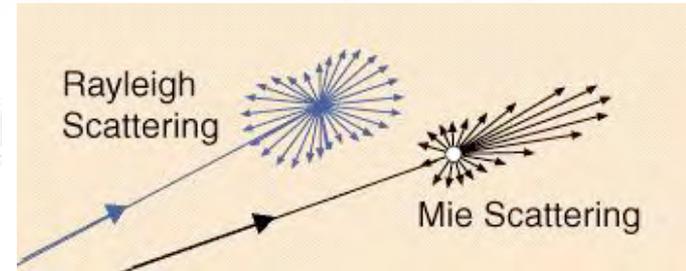


Fig. 1. Wavelength dependence of interstellar extinction normalised to 1.8 mag/kpc at  $\lambda^{-1} = 1.8\ \mu\text{m}^{-1}$ . Points are astronomical observations, solid curve is for the grain model proposed here. (●) average extinction data compiled from many sources by Sapar and Kuusik (1979). ▲ ESA data from Jamar et al. (1976). ■ OAO 1 data from Bless and Savage (1972).

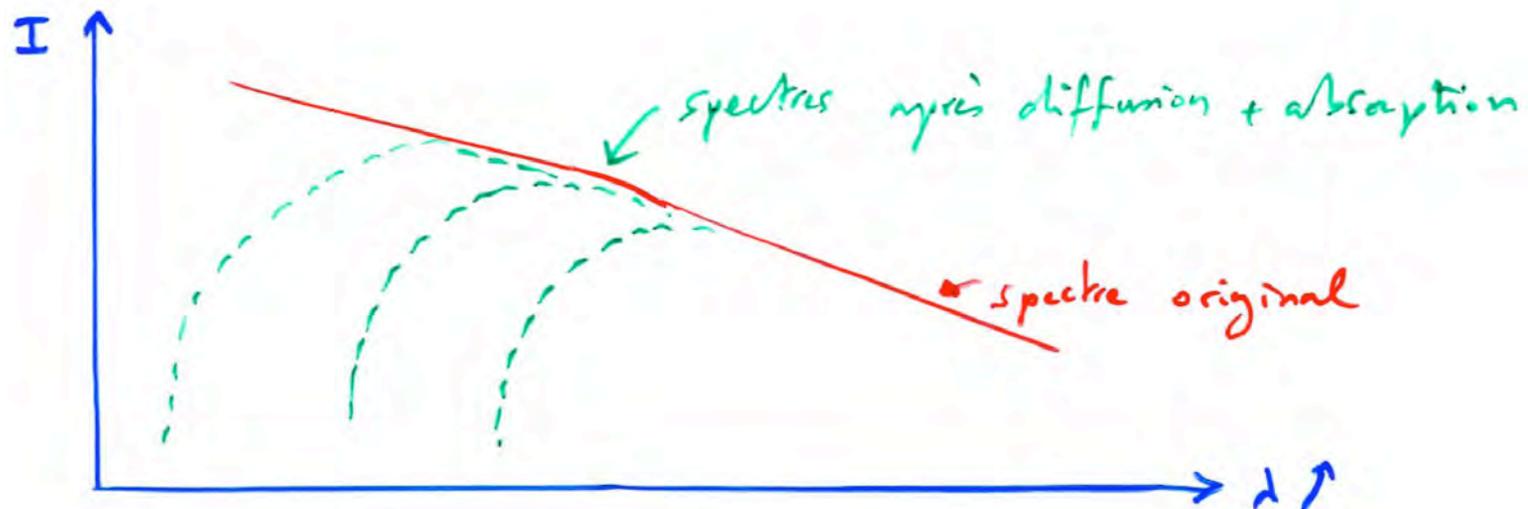
⇒ Opacité du MIS / lumière visible au-delà de  $\sim 3\ \text{kpc}$  ( $\ll \emptyset$  disque galactique)

⇒ Rougissement du spectre des objets lointains → fausse l'évaluation de  $T(\text{source})$

En Radio,  $\lambda \gg \Rightarrow P(\lambda) \ll \Rightarrow$  le disque galactique est  $\sim$ transparent

→ structure galactique

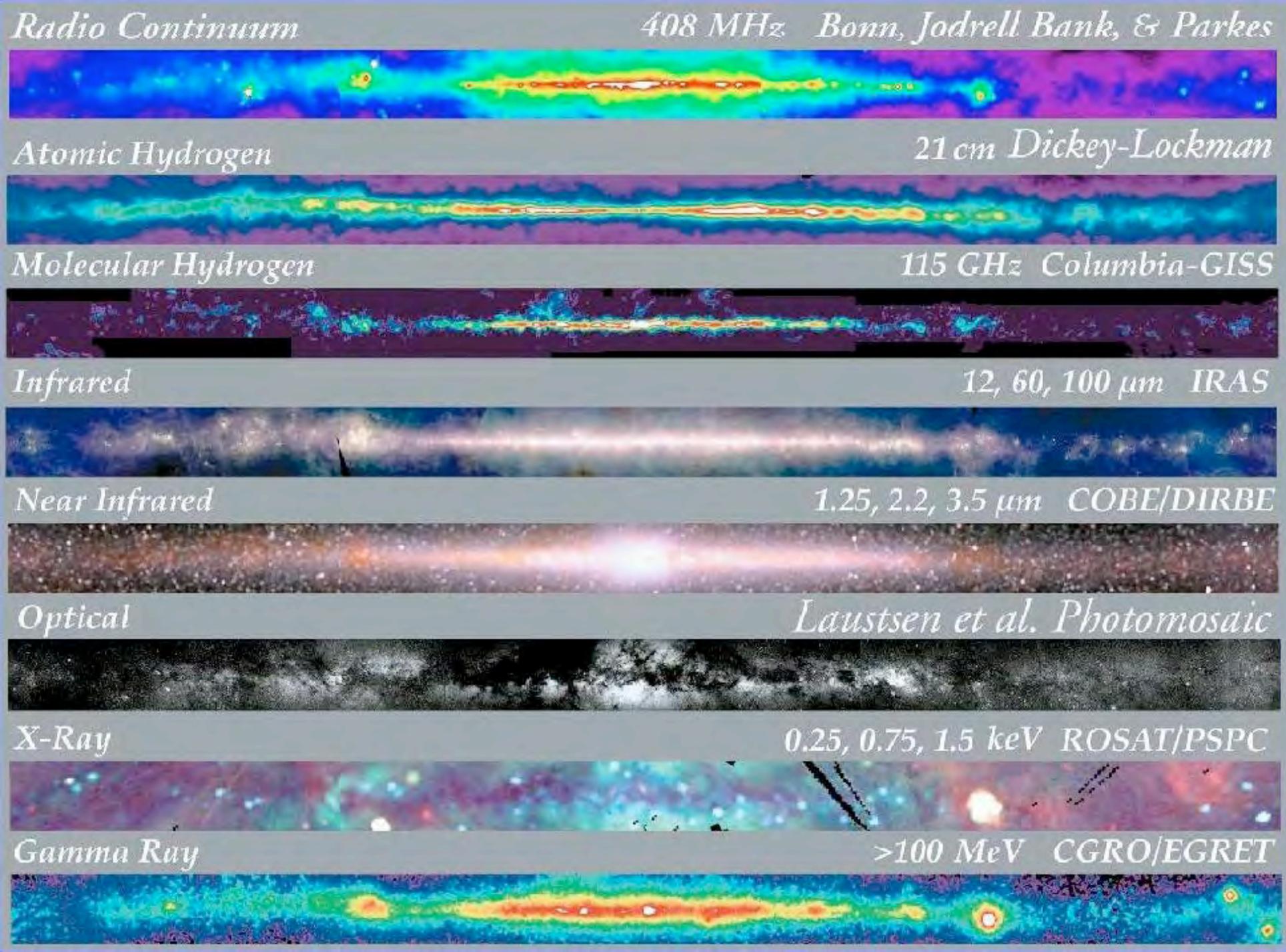
→ étude radio des nébuleuses sombres (poussières)



→ Propagation d'une onde radio fonction de la densité électronique  $N_e$   
(et du champ magnétique  $\mathbf{B}$ ) du milieu traversé

⇒ sondage des plasmas cosmiques (couronne solaire, MIS...)

inaccessibles en optique & IR



- "Techniques"

→ Détection cohérente (mesure directe de l'amplitude  $E$ ,  $|E|$  ou  $|E^2|$ , et de la phase  $\varphi$ ) :  
électronique rapide

- en bande de base (CAN  $\leq 100$  MHz)

- avec OL (hétérodyne :  $\times \cos(2\pi f_{OL} t)$   $\Leftrightarrow$  translation en fréquence du spectre  
[indirecte en optique : CCD ...]

$\Rightarrow$  Interférométrie aisée (& nécessaire !)

[comparaison de phases en optique]

→ Bruit de photons faible

$$n_{\text{photons}} = E / h\nu \Rightarrow \text{le bruit statistique du comptage de photons}$$

(auquel se ramène in-fine toute mesure de flux) est

$$\propto \sqrt{n/n} \propto 1/\sqrt{n}$$

Comparaison Radio / Optique (à flux équivalent) :

$$1/\sqrt{n_{\text{optique}}} / 1/\sqrt{n_{\text{radio}}} = (\lambda_{\text{radio}}/\lambda_{\text{optique}})^{1/2} \geq (1 \text{ mm} / 0.5 \mu\text{m})^{1/2} \approx 45$$

*Exemple: Pour une radiosource très faible :*

$$S = 10^{-30} \text{ Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1} \text{ à } 100 \text{ MHz} \Rightarrow S / h\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ photons/m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Hz}$$

$$\text{Avec } b = 10 \text{ kHz} \ \& \ A_{\text{eff}} = 1000 \text{ m}^2 \Rightarrow n = 150 \text{ photons/s}$$

$\Rightarrow$  statistique à ~8% près en 1 seconde (acceptable même avec  $\tau < 1 \text{ s}$ )

*Pour une source optique faible :*

$$m_v = 21 \text{ (limite pour un télescope de } \varnothing = 4\text{-}5 \text{ m)}, \lambda = 0.55 \mu\text{m (jaune),}$$

$$\ \& \ \text{filtre } \Delta\lambda = 0.1 \mu\text{m} \Rightarrow \int_{\text{filtre}} S \cdot d\lambda = 10^{-21} \text{ W/m}^2 = 3 \times 10^{-3} \text{ photons/m}^2 \cdot \text{s}$$

$$\text{Avec } A_{\text{eff}} \leq 100 \text{ m}^2 \Rightarrow n \leq 0.3 \text{ photons/s (+ pertes atm. \& dans le détecteur)}$$

$\Rightarrow \tau > 500 \text{ s}$  nécessaire pour une statistique à ~8% près ( $1/\sqrt{n\tau} \leq 8\%$ )

$\Rightarrow$  mesures optiques moins sensibles aux variations rapides de flux

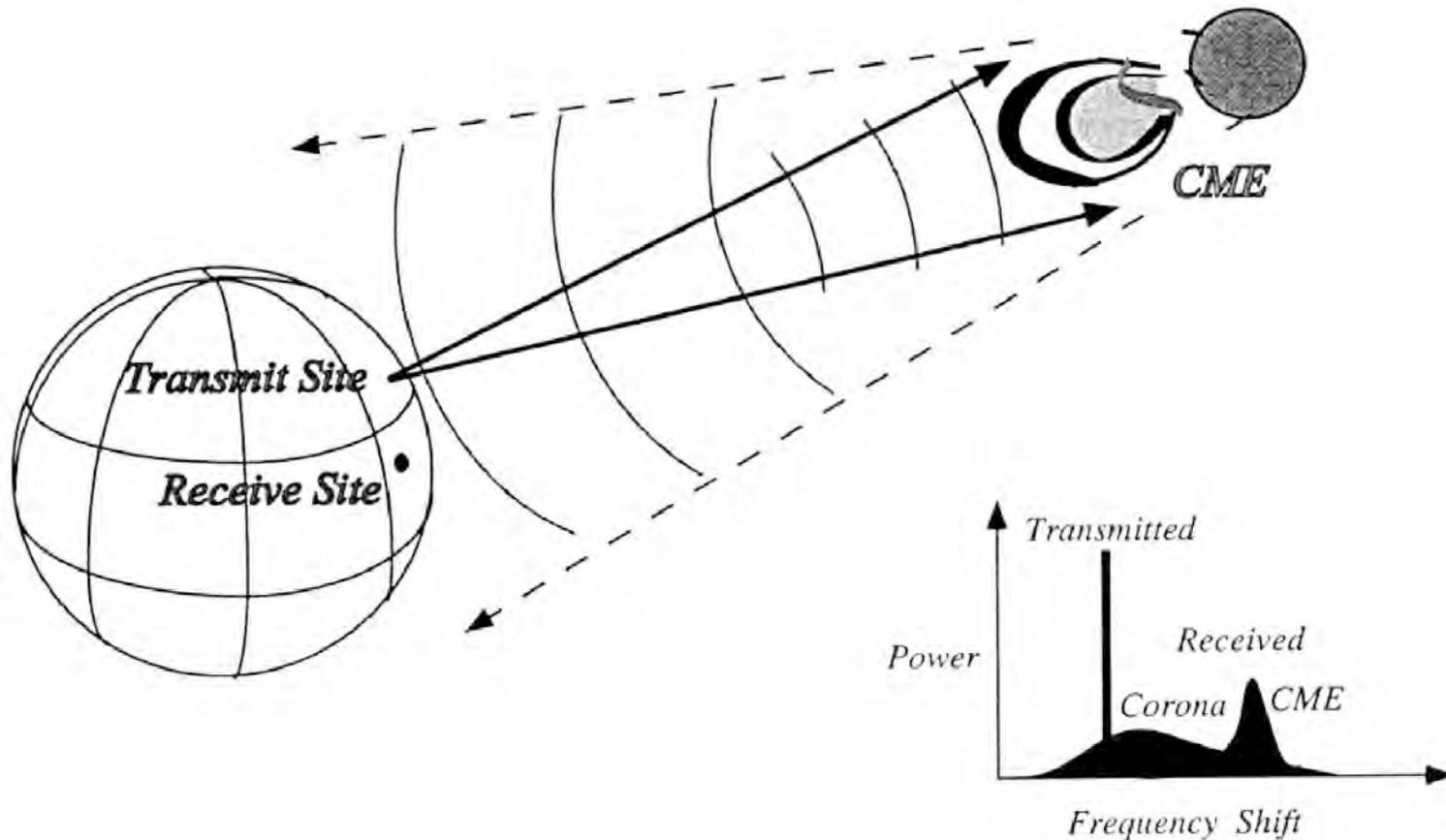
→ RADAR astronomie = Radioastronomie active (télédétection)

Echo / t ⇒ Relief

Echo / v ⇒ Surface (texture)

*Exemple: Magellan/Vénus, anneaux de Saturne, couronne solaire ...*

[seule comparaison en optique = Laser-Lune]



→ Température du "ciel" élevée aux basses fréquences :

$$T(\text{K}) \sim 1.15 \times 10^8 / f^{2.5} \quad (f \sim 3 - 300 \text{ MHz})$$

$\nu$ (MHz)	$\lambda$ (m)	T (K)
1	300	$>10^7$
10	30	$\sim 3 \times 10^5$
100	3	$\sim 10^3$
1000	0.3	$\sim 5$

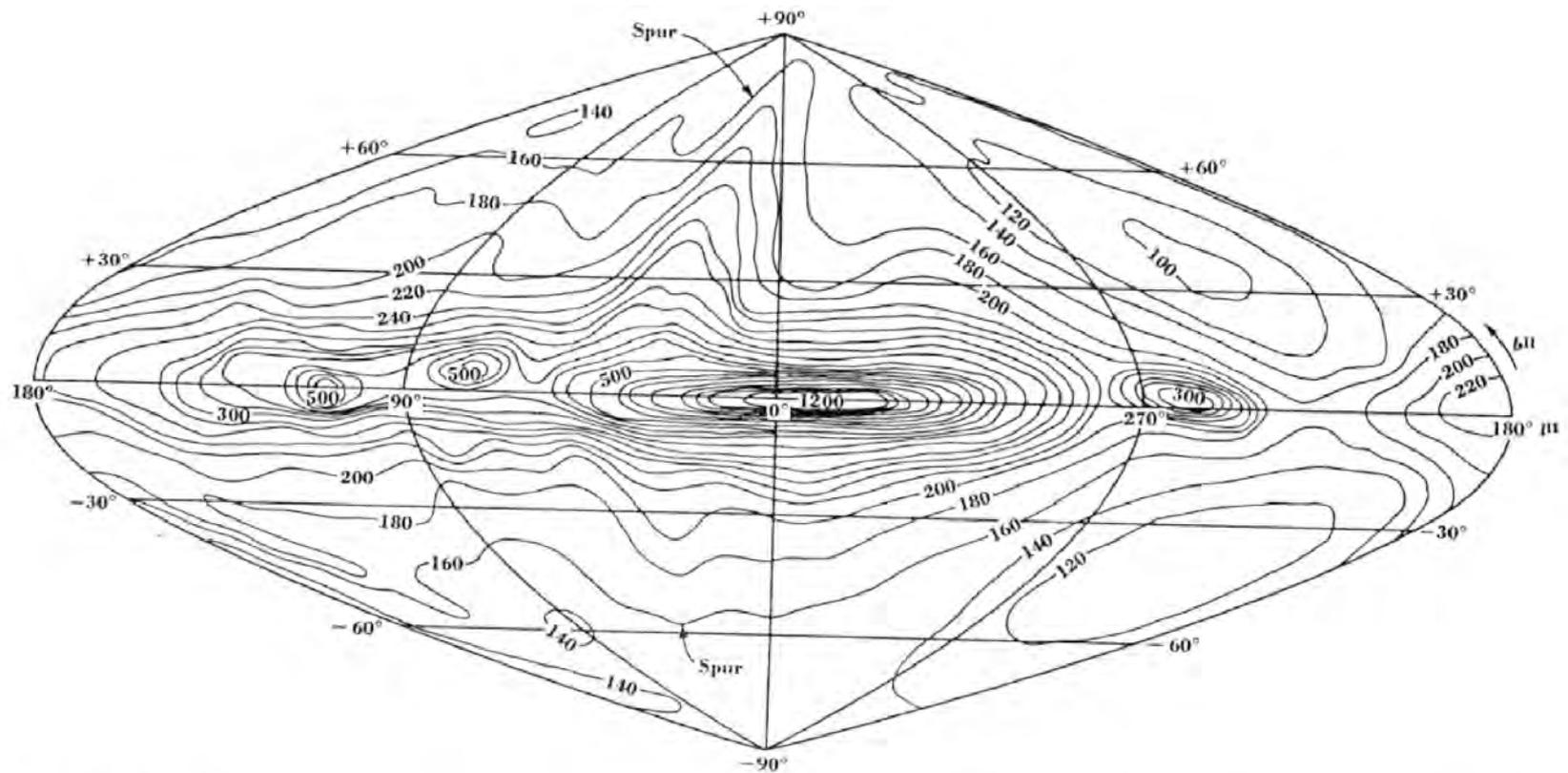
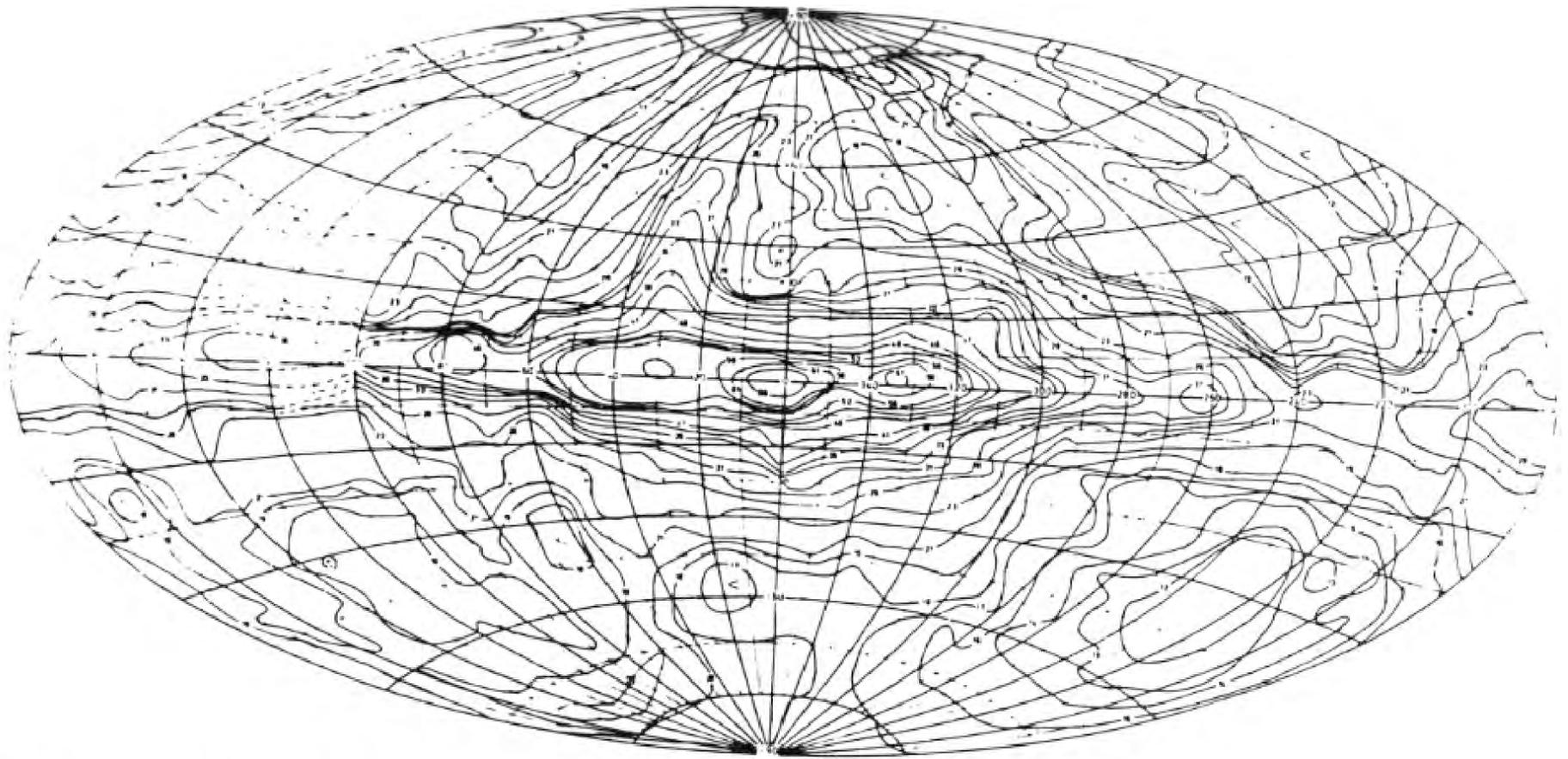


Fig. 8-51. Radio emission from the sky at 200 Mc in new galactic coordinates. Temperatures are indicated in degrees Kelvin. (After Dröge and Priester, 1956.)



**Figure 2.** All-sky 30 MHz image at  $10^0$  resolution from Cane (1978). The contour unit is 1000 K of equivalent brightness temperature. The brightness temperature varies from  $\sim 10^4$  to  $6.6 \times 10^4$  K.

⇒ le ciel Radio BF, même nocturne, est plus brillant que le ciel optique diurne

## → Parasites (RFI)

- Naturels = éclairs d'orages

(large bande: <10 kHz → >10 MHz, été, basses latitudes)

- Artificiels = activités industrielles & militaires (prépondérants)

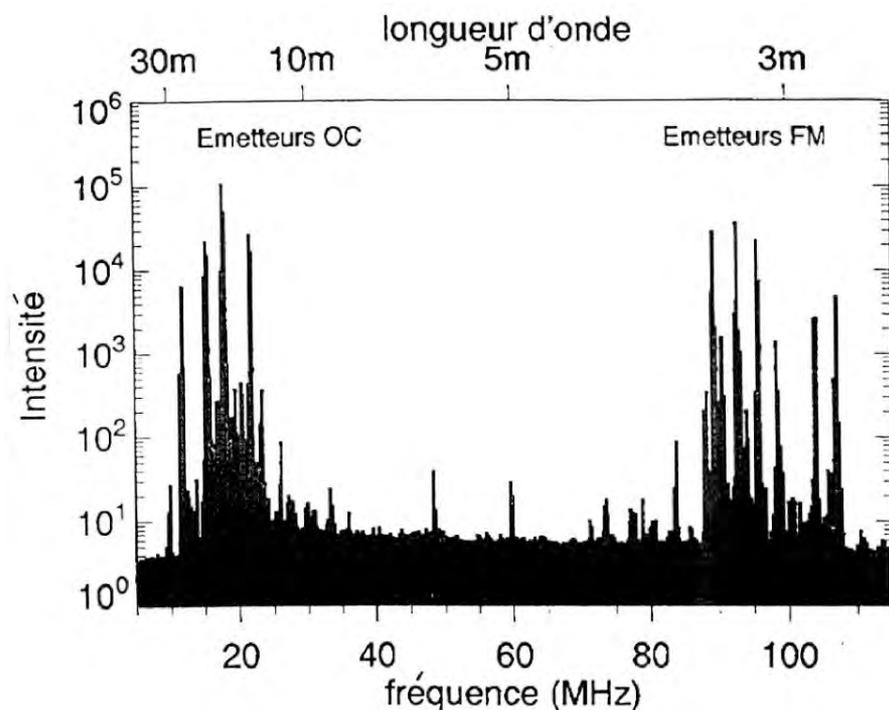
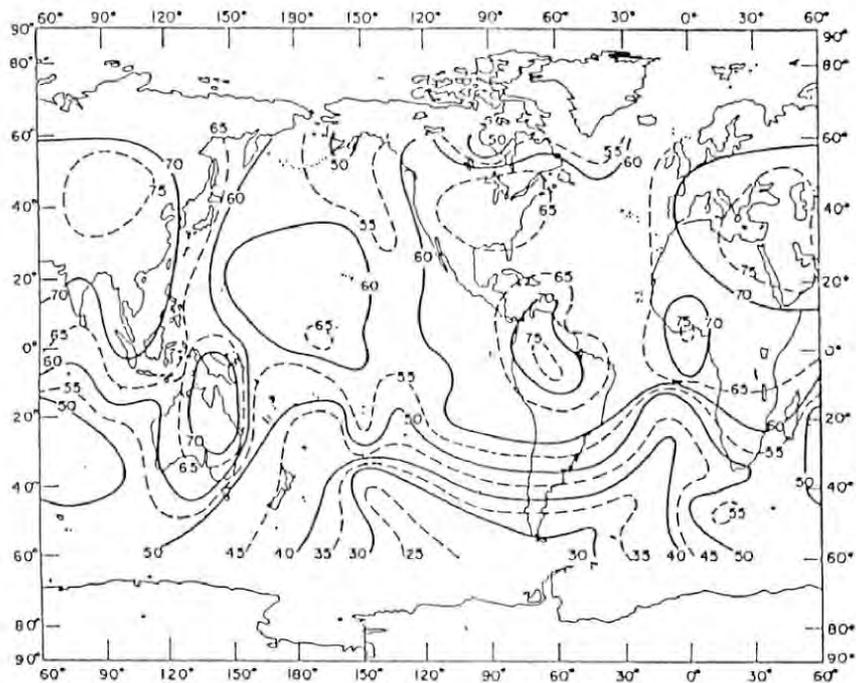
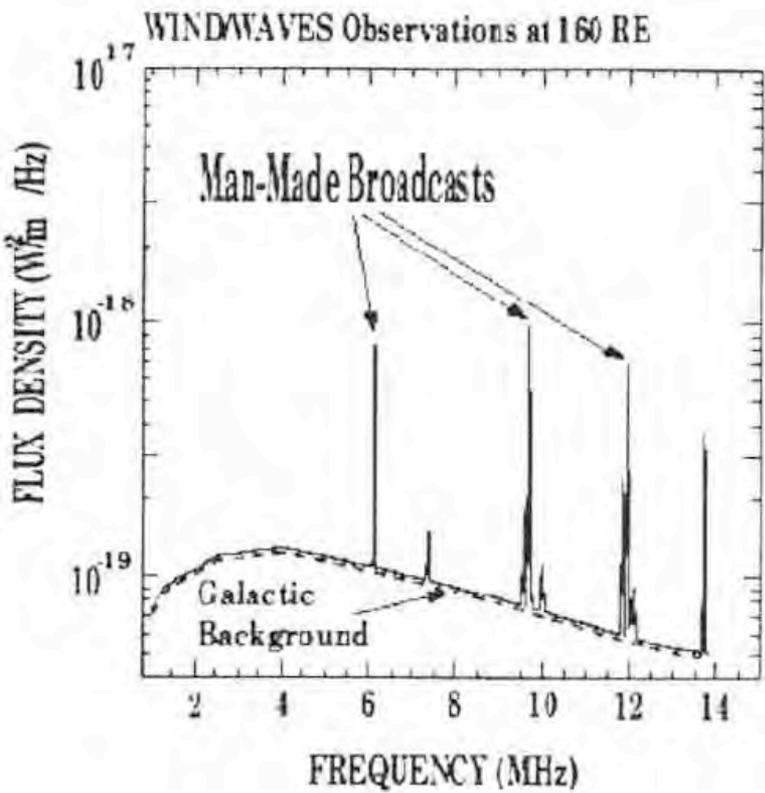
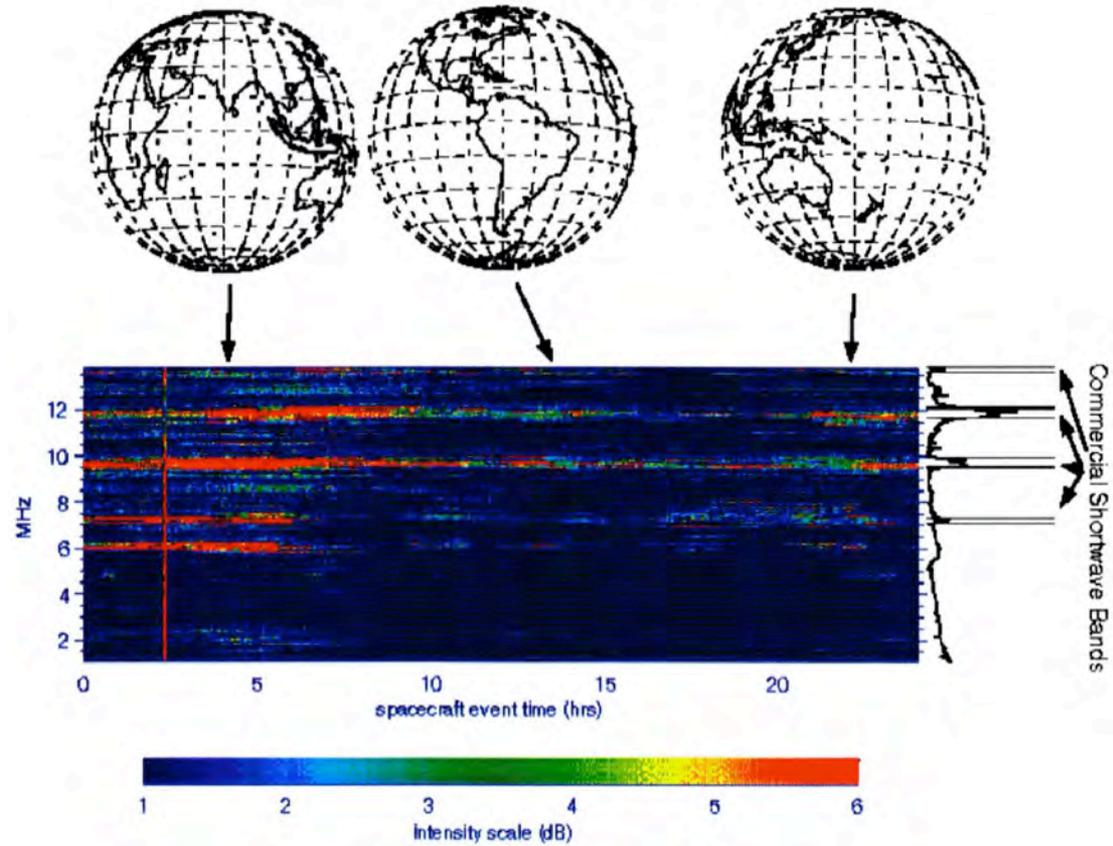


Figure 2. The terrestrial radio noise distribution derived from the RAE-1 (height 6000 km) lower "V" data at 9.18 MHz for December 2-6, 19-68. The secondary peaks in activity over the mid-Pacific and northern Australia are believed to be correlated with local thunderstorm activity. Contour levels are db above 288 K. The Galactic background on this scale would be about 31 db and the receiver saturated at 75 db. (from Herman et al, 1973)



WIND/WAVES November 17, 1994



⇒ Sites isolés, localement protégés (forêt)

⇒ Bandes de fréquences protégées (H<sub>I</sub>, OH ...) où toute émission est interdite  
["primaire passif" CAMR]

= problème croissant dû à l'augmentation de la sensibilité des observations,  
et aux pressions économiques (TV, téléphone, radiodiffusion,  
radiocommunications...)

I) - Bandes de fréquence allouées au service de radioastronomie (allocations CAMR 1979) entre 10 MHz et 25 GHz.

N°	Allocation	Statut	N°	Fréquences	Intérêt astrophysique	Raie ou Continuum
1	13.36 - 13.41 MHz	primaire/actif				
2	25.55 - 25.67 MHz	primaire exclusif				
3	37.50 - 38.25 MHz	secondaire				
4	73.00 - 74.60 MHz	primaire en région 2	1	20 - 70 MHz (F)	Soleil et planètes (Jupiter)	C
5	79.25 - 80.25 MHz	primaire/actif	2	150 - 450 MHz (F,E)	Soleil	C
6	150.50 - 153.00 MHz	primaire/actif	3	242 - 246 MHz (E)	Pulsars	C
7	322.00 - 328.60 MHz	primaire/actif	4	322 - 328 MHz (E)	Interférométrie	C
8	406.10 - 410.00 MHz	primaire/actif	5	406 - 410 MHz (E)	Pulsars, VLBI	C
9	608.60 - 614.00 MHz	prim. en R2, sec. en R1/ E2	6	608 - 614 MHz (E)	VLBI	C
10	1330.00 - 1400.00 MHz	note d'utilisation	7	926 - 940 MHz (E)	Pulsars	C
11	1400.00 - 1427.00 MHz	primaire passif	8	1330 - 1400 MHz (F,E)	Hydrogène	R
12	1610.60 - 1613.80 MHz	secondaire	9	1400 - 1427 MHz (F,E)	Hydrogène	R
13	1660.00 - 1660.50 MHz	primaire/actif	10	1550 - 1667 MHz (F,E)	Hydroxyle	R
	1660.50 - 1668.40 MHz	primaire/actif	11	1610 - 1722 MHz (F,E)	Hydroxyle	R
	1668.40 - 1670.00 MHz	primaire/actif	12	2290 - 2300 MHz (E)	VLBI	C
14	1718.80 - 1722.20 MHz	secondaire	13	2655 - 2700 MHz (E)	Galactique et extra-gal.	C
15	2655.00 - 2690.00 MHz	secondaire	14	3200 - 3450 MHz (F,E)	CH	R
	2690.00 - 2700.00 MHz	primaire/passif	15	4800 - 4990 MHz (E)	VLBI	R,C
16	3260.00 - 3267.00 MHz	note d'utilisation	16	4990 - 5000 MHz (E)	Galactique et extra-gal.	C
17	3332.00 - 3339.00 MHz	note d'utilisation	17	8387 - 8843 MHz (E)	VLBI	C
18	3345.80 - 3352.50 MHz	note d'utilisation	18	9600 - 9620 MHz (F)	Soleil	C
19	4800.00 - 4990.00 MHz	secondaire	19	9.7 - 10.7 GHz (E)	Fonds cosmique	C
	4990.00 - 5000.00 MHz	primaire/actif	20	14.5 - 15.5 GHz (E)	Fonds cosmique	C
20	10.60 - 10.68 GHz	primaire/actif	21	22.2 - 22.5 GHz (E)	VLBI	C
21	10.68 - 10.70 GHz	primaire/actif				
22	14.47 - 14.50 GHz	secondaire				
	15.35 - 15.40 GHz	primaire passif				
23	22.01 - 22.21 GHz	note d'utilisation				
	22.21 - 22.50 GHz	primaire/actif				
24	22.81 - 22.86 GHz	note d'utilisation				
25	23.07 - 23.12 GHz	note d'utilisation				
26	23.60 - 24.00 GHz	primaire passif				

Il faut ajouter à cette liste de nombreuses observations de raies de recombinaison sur des fréquences comprises notamment entre 1425 et 1550 MHz.

II) - Bandes de fréquence réellement utilisées par les radioastronomes français (F) et européens (E) depuis 1979, entre 10 MHz et 22.5 GHz.

NB: Observations spatiales protégées par l'ionosphère terrestre pour  $\nu \leq 5$  MHz  
Face cachée de la Lune

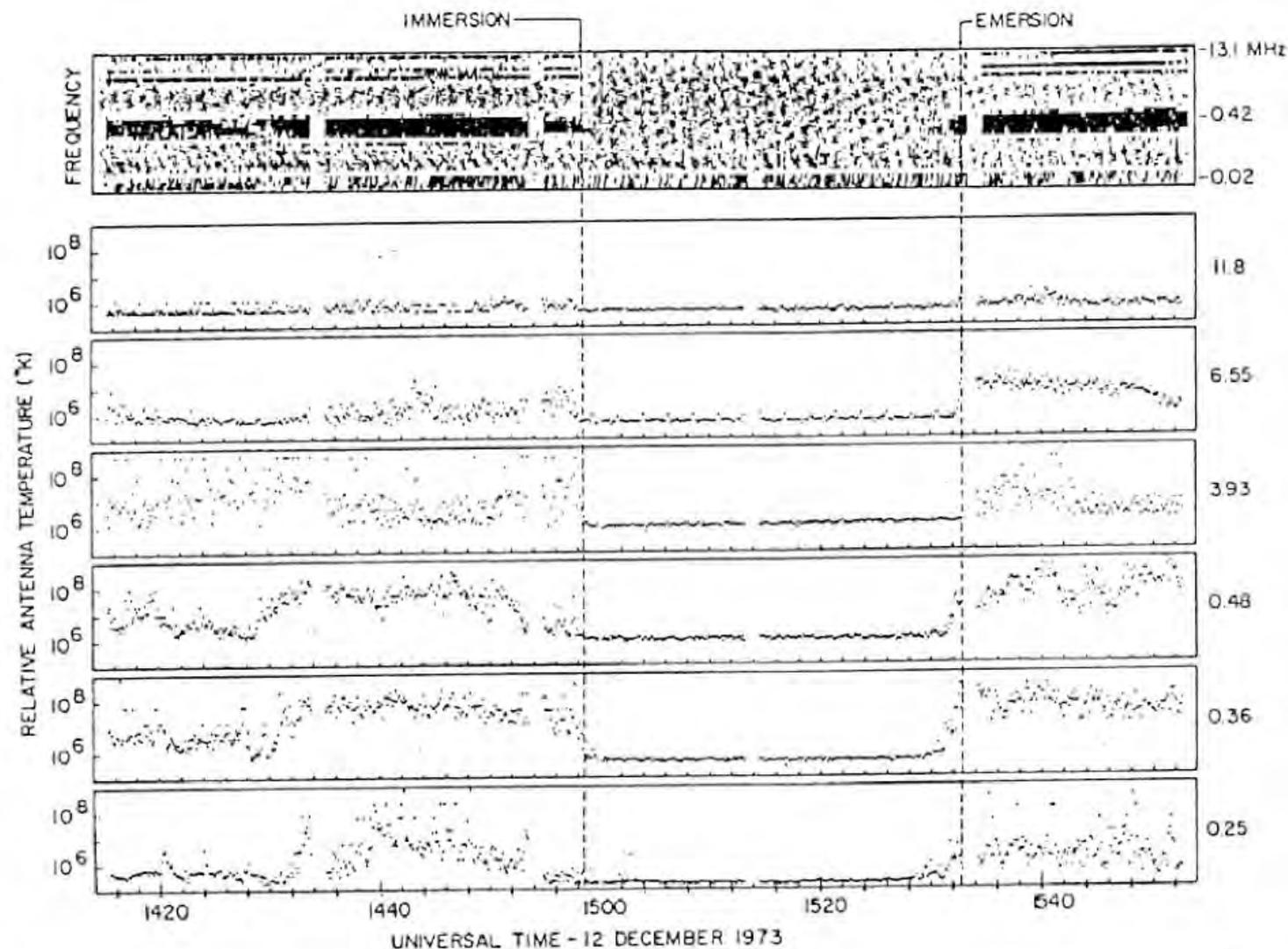


Figure 8. Data from RAE-2 in lunar orbit showing the dramatic disappearance and reappearance of interference from the Earth [Alexander, et al., 1975]

~ Pas de lentille radio (réflecteur obligatoire)

Pas de surface sensible : antenne focale = cornet ou dipôle

⇒ Peu de pixels focaux (plan image) : en général 1

(récemment réseaux de cornets ou de dipôles = Focal Plane Arrays)

⇒ imagerie instantanée difficile (impossible avec une antenne unique)

⇒ réseau phasé ou interféromètre → synthèse d'image

→ Résolution angulaire d'un instrument de  $\varnothing D \sim \lambda/D \Rightarrow 10^7 \times$  à  $10\text{m} / 1 \mu\text{m}$

⇒ instruments radio de grandes dimensions,

transport du signal sur de grandes distances

Ex: Œil humain :

$\varnothing(\text{pupille}) = 2\text{-}8 \text{ mm (jour/nuit)} \Rightarrow \lambda/D = 0.25' - 1' \quad \text{à } \lambda = 0.5 \mu\text{m}$

Même résolution à  $\lambda = 1 \text{ cm} \Rightarrow D = 40 - 160 \text{ m}$

$D = 100 \text{ m} : \quad \lambda = 21 \text{ cm} \Rightarrow \lambda/D = 7' \quad \lambda = 10 \text{ m} \Rightarrow \lambda/D = 6^\circ$

( $\varnothing_{\text{Soleil}} = 30'$ ,  $\varnothing_{\text{Jupiter}} = 40''$ )

⇒ très grandes surfaces collectrices nécessaires,

mais avec une précision de surface médiocre

(critère de Rayleigh  $\sim \lambda/10 \rightarrow$  maillage à trous de  $1 \text{ cm}$  Ok à  $\lambda = 21 \text{ cm}$ )

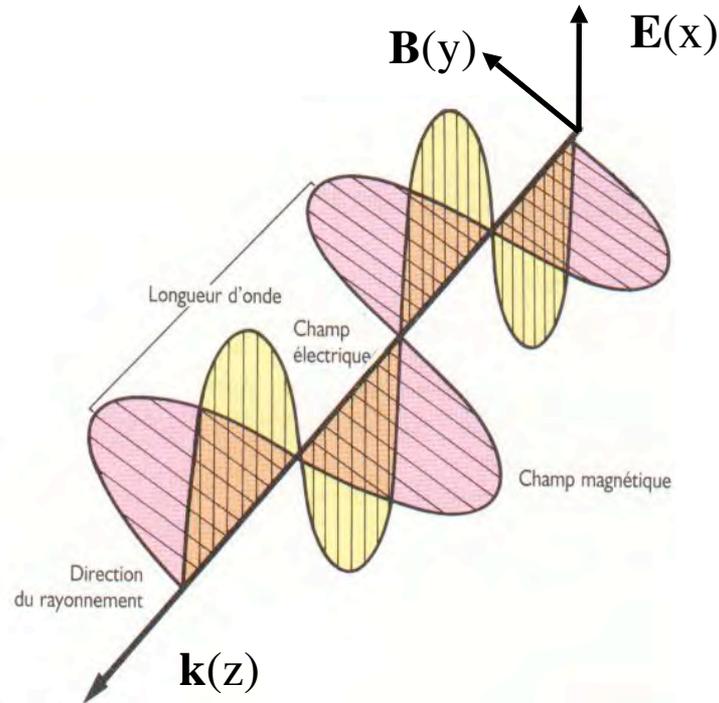
⇒ Interférométrie nécessaire (et "aisée") pour obtenir une résolution angulaire correcte ( $\sim \lambda/d$ , avec  $d$  la distance entre les antennes)

⇒ en VLBI, on atteint  $\lambda/d \sim 10^{-3}''$  ( $10^4 \text{ km}$  à  $\lambda = 21 \text{ cm}$ )

- **Introduction – Quelques dates**
- **Spécificités**
- **Onde & Polarisation**
- **Plasmas & Propagation**
- **Théorie de la Mesure & Bruit**

- Onde e.m.

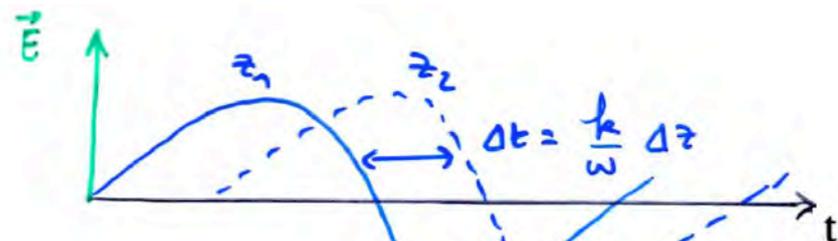
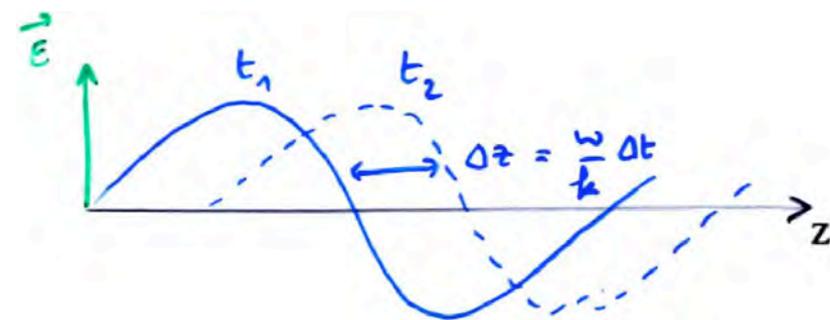
- propagation en ligne droite à  $c$  dans le vide
- onde transverse ( $\mathbf{E}, \mathbf{B} \perp \mathbf{k}$ )



- NB:  $\exists$  ondes de "plasma", e.s., longitudinales :  $\mathbf{B} = \mathbf{0}, \mathbf{E} \parallel \mathbf{k}$
- excitées au voisinage des fréquences de résonance du milieu  
~  $f_{pe}, f_{ce}$  (en général TBF / fréquences radio)
  - non propagation hors de leur milieu d'origine
  - distinction e.m. / e.s. par ex. via antennes magnétiques

- Champ électrique  $\rightarrow \mathbf{E} = E_0 \mathbf{x} \cos(kz - \omega t)$   $\Gamma = 2\pi/\omega$   $v = \omega/2\pi$   
 $k = 2\pi/\lambda$   $\lambda v = c$  (dans le vide)

$\mathbf{E}$  inchangé pour  $(kz - \omega t) = C^{te} \Rightarrow k dz - \omega dt = 0 \Rightarrow v_\varphi = dz/dt = \omega / k$



$\Rightarrow E_0 \mathbf{x} \cos(kz - \omega t)$  représente une onde harmonique monochromatique se propageant sans déformation à la vitesse  $v_\varphi = \omega / k$

[ $v_\varphi$  est déterminée par les caractéristiques physiques du milieu ( $= c = C^{te}$  dans le vide)]

$\rightarrow$  Dans un milieu  $\neq$  vide,  $\omega$  est en général fonction de  $k$

$\rightarrow$  Énergie transportée par une onde (= intensité = module du vecteur de Poynting)

- instantané :  $|\mathbf{P}| = |\mathbf{E} \wedge \mathbf{B}| / \mu_0 = |\mathbf{E}(t,z)|^2 / Z$  [  $\mathbf{B} = \mathbf{E} / c = \mathbf{E} / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  ]

- moyen :  $\langle |\mathbf{P}| \rangle = E_0^2 / 2Z$

dans le vide,  $Z = Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 120 \pi = 377 \Omega$  (impédance du vide)

- Équation d'onde complexe

$$U = E_0 \exp[i(kz - \omega t)] = E_0 [\cos(kz - \omega t) + i \sin(kz - \omega t)]$$

→ seule  $\text{Re}(U)$  représente l'amplitude de l'onde

→ l'énergie transportée est alors  $\langle |\mathbf{P}| \rangle = U \cdot U^* / 2Z$

L'énergie est transportée à la vitesse de groupe  $v_g = \partial\omega / \partial k$

$v_g \neq v_\varphi$  (un détecteur réagit à l'énergie de l'onde)

$v_g \neq v_\varphi$  (vitesse des composantes monochromatiques individuelles)

Si  $\Delta k$  large, on décompose le signal en domaine  $\delta k$ , et

$$v_g = v_g(k) = v_{g0} + \partial v_g / \partial k \cdot \Delta k = v_{g0} + \partial^2 \omega / \partial k^2 \cdot \Delta k$$

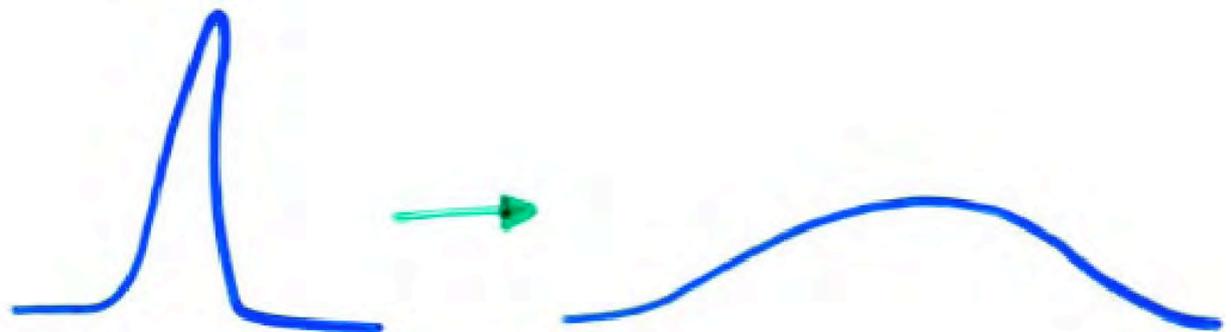
Le milieu est non dispersif si  $v_g = C^{te} (= v_{g0})$

$$\Rightarrow \partial^2 \omega / \partial k^2 = 0 \quad (\text{ex: } \omega/k = C^{te} = v_\varphi = c \text{ dans le vide})$$

$$\text{ou } \Delta k = 0 \quad (\text{onde monochromatique})$$

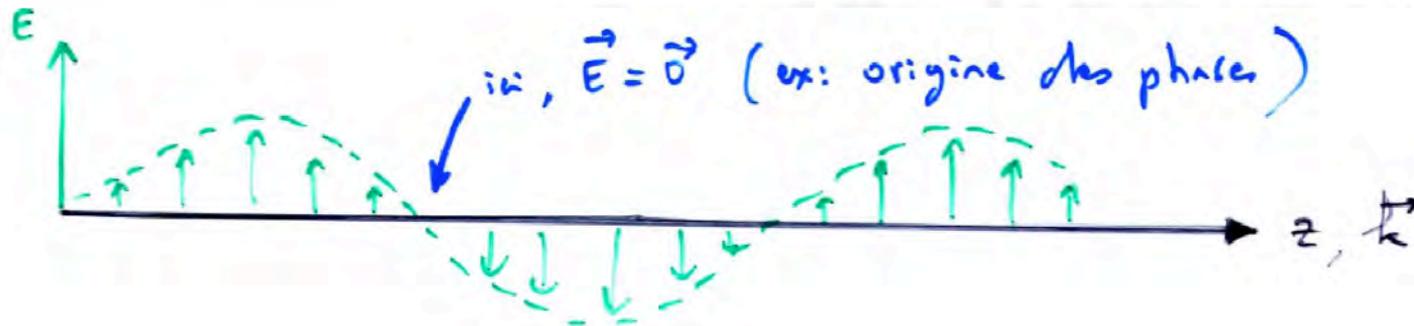
Si  $v_g(k) \neq C^{te} \Rightarrow$  dispersion d'une impulsion étroite au cours de la propagation

(inversement, l'étalement du signal permet de remonter aux caractéristiques de dispersion du milieu)



- Polarisation

→ Polarisation Linéaire :  $\mathbf{E}$  conserve une orientation constante (p. ex. //  $Ox$ )  
 Plan de polarisation = trace de  $\mathbf{E}$  dans  $xOy$



*Ex: Pulsars, émission synchrotron (décimétrique) de Jupiter ...*

$\Sigma$  2 polarisations linéaires en phase = polar. linéaire

$$U_1 + U_2 = \mathbf{E}_1 \exp[i(kz - \omega t)] + \mathbf{E}_2 \exp[i(kz - \omega t)] = (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \exp[i(kz - \omega t)]$$

$\Sigma$  2 polarisations linéaires déphasées de  $\pm\pi/2$  :

$$U_1 + U_2 = \mathbf{E}_1 \exp[i(kz - \omega t)] + \mathbf{E}_2 \exp[i(kz - \omega t \pm \pi/2)]$$

Si  $|\mathbf{E}_1| = |\mathbf{E}_2| = E_0$  ( $\mathbf{E}_1 = E_0 \mathbf{e}_1$  ;  $\mathbf{E}_2 = E_0 \mathbf{e}_2$ )

$$U_1 + U_2 = E_0 \exp[i(kz - \omega t)] (\mathbf{e}_1 \pm i\mathbf{e}_2)$$

$$\Rightarrow \text{Re}(U_1 + U_2) = -E_0 (\mathbf{e}_1 \cos(kz - \omega t) \pm \mathbf{e}_2 \sin(kz - \omega t))$$

$$= -E_0 (\mathbf{e}_1 \cos\varphi \pm \mathbf{e}_2 \sin\varphi)$$

$\Rightarrow U_1 + U_2$  est une onde polarisée circulairement

(amplitude constante & direction tourne avec  $t$  ou  $z$ )

→ Polarisation Circulaire :

$\mathbf{E}$  tourne /  $\mathbf{k}$  au cours de la propagation,  
d'un tour par période ou longueur d'onde

Origine des phases = direction de  $\mathbf{E}$  dans  $xOy$  à  $z$  fixé



$$|\vec{E}| = c \frac{h\nu}{\lambda}$$

(jamais  $\vec{0}$ )

Ex: Émission radio aurorale des planètes ...

Sens de rotation : convention IRE (international radio-electricity) [1942]

(G)auche (LHC) → rotation de  $\mathbf{E}$  dans le sens direct en regardant dans le sens de  $\mathbf{k}$  ( $\otimes$ )

(D)roite (RHC) → sens inverse (= sens de gyration des électrons autour de  $\mathbf{B} // \mathbf{k}$ )

NB: la convention des opticiens est inverse.

On peut décomposer toute onde circulaire en  $\Sigma$  de 2 linéaires (ci-dessus)  
 ou inversement, toute onde linéaire en 2 circulaires opposées (G + D) de même amplitude

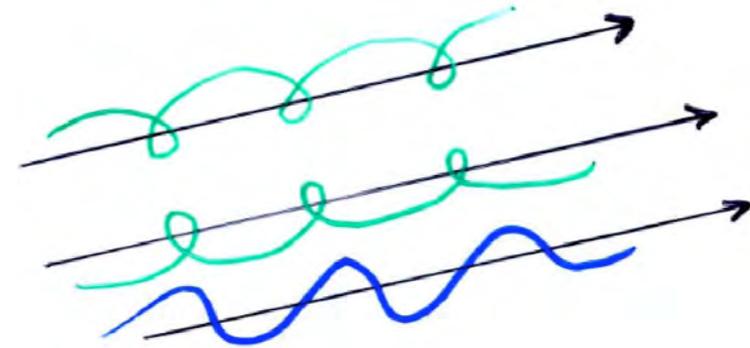
Si leur déphasage  $\phi = 0 \Rightarrow$  trivial :

$$U_D = U_+ = E_0 (\mathbf{e}_1 + i\mathbf{e}_2) \exp[i(kz - \omega t)]$$

$$U_G = U_- = E_0 (\mathbf{e}_1 - i\mathbf{e}_2) \exp[i(kz - \omega t)]$$

$$\Rightarrow U_D + U_G = 2E_0 \mathbf{e}_1 \exp[i(kz - \omega t)]$$

linéaire !



Si  $\phi \neq 0$  :

$$U_D = U_+ = E_0 (\mathbf{e}_1 + i\mathbf{e}_2) \exp[i(kz - \omega t)]$$

$$U_G = U_- = E_0 (\mathbf{e}_1 - i\mathbf{e}_2) \exp[i(kz - \omega t + \phi)]$$

$$= E_0 (\mathbf{e}_1 \cos\phi + \mathbf{e}_2 \sin\phi + i(\mathbf{e}_2 \cos\phi - \mathbf{e}_1 \sin\phi)) \exp[i(kz - \omega t)]$$

$$\Rightarrow U_D + U_G = E_0 [\mathbf{e}_1(1 + \cos\phi) + \mathbf{e}_2 \sin\phi + i(\mathbf{e}_2(1 + \cos\phi) - \mathbf{e}_1 \sin\phi)] \exp[i(kz - \omega t)]$$

Amplitude de l'onde

$$\text{Re}(U_D + U_G) = E_0 \mathbf{e}_1 [(1 + \cos\phi) \cos\varphi + \sin\phi \sin\varphi] + E_0 \mathbf{e}_2 [\sin\phi \cos\varphi - (1 + \cos\phi) \sin\varphi]$$

avec  $\varphi = kz - \omega t$

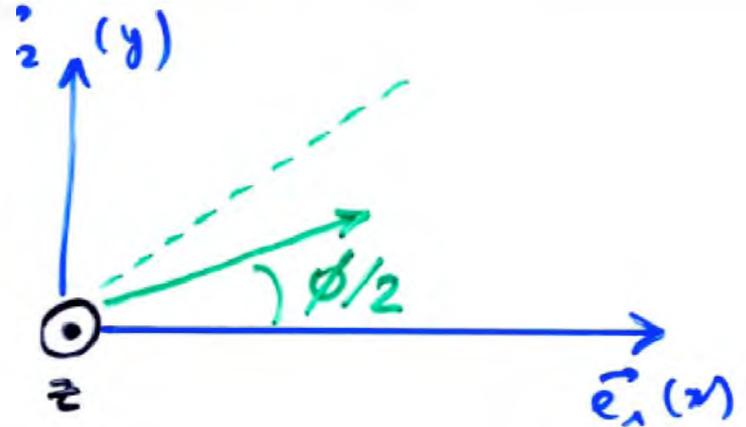
$$\text{Re}(U_D + U_G) = E_0 [\mathbf{e}_1 (\cos\varphi + \cos(\varphi - \phi)) + \mathbf{e}_2 (\sin(\varphi - \phi) - \sin\varphi)]$$

$$= 2E_0 [\mathbf{e}_1 \cos\phi/2 \cos(\varphi - \phi/2) + \mathbf{e}_2 \sin\phi/2 \cos(\varphi - \phi/2)]$$



les 2 composantes sont en phase

- $\Rightarrow (U_D + U_G)$  est polarisée linéairement  
 Les amplitudes sont différentes sur  $e_1$  &  $e_2$   
 $\rightarrow$  le plan de polarisation linéaire fait  
 un angle de  $\phi/2$  avec  $Ox$



La somme de 2 ondes circulaires de même amplitude et de sens opposés,  
 déphasées de  $\phi$ , est une onde polarisée linéairement  
 dont le plan de polarisation est à  $\phi/2$  de l'origine des phases

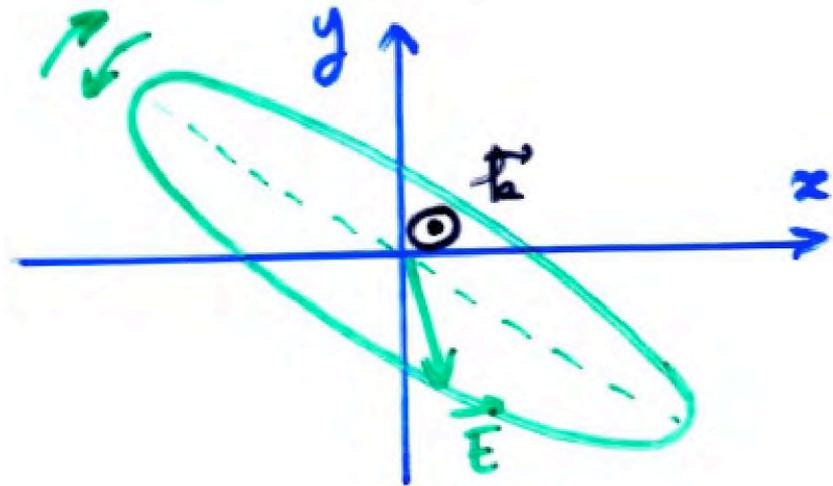
*NB: 2 ondes circulaires opposées, ou 2 ondes linéaires  $\perp$  =  
 bases orthogonales sur lesquelles la décomposition d'une  
 onde de polarisation quelconque (elliptique) est unique*

→ Polarisation Elliptique

- =  $\Sigma$  2 ondes circulaires G & D d'amplitudes  $\neq$
- =  $\Sigma$  2 ondes linéaires déphasées de  $\phi \neq 0, \pm\pi/2$ , ou non  $\perp$
- =  $\Sigma$  1 onde linéaire & 1 onde circulaire

Caractérisée par :

- sens (G ou D)
- ellipticité (circulaire/linéaire)
- direction du grand axe

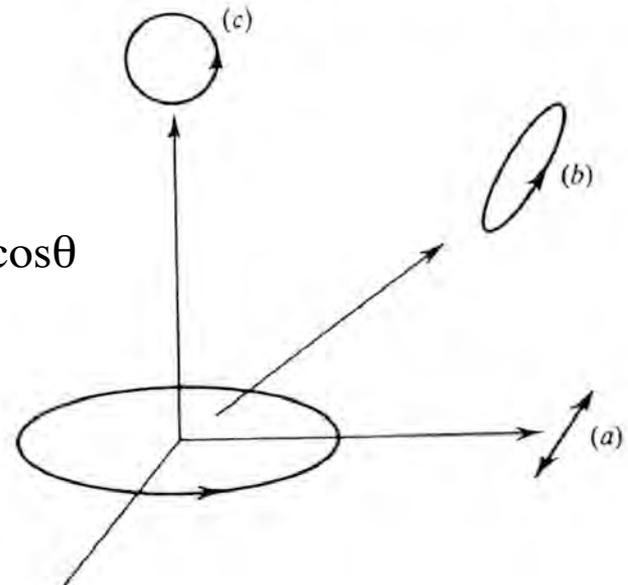


→ Paramètres de Stokes : S, Q, U, V

polarisation complète d'une onde	$U_x = E_1 \exp[i(kz - \omega t)]$	$U_y = E_2 \exp[i(kz - \omega t + \phi)]$
S = intensité totale (flux)	$S = \langle E_1^2 + E_2^2 \rangle / 2Z_0$	
Q, U : polarisation linéaire	$Q = \langle E_1^2 - E_2^2 \rangle / 2Z_0$	$U = \langle E_1 E_2 \cos \phi \rangle / Z_0$
V = taux de polarisation circulaire (G → V > 0 ; D → V < 0)	$V = \langle E_1 E_2 \sin \phi \rangle / Z_0$	

Onde monochromatique totalement polarisée :  $(Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2} = S$   
 partiellement polarisée :  $(Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2} < S$   
 $(Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2} =$  taux de polarisation = fraction polarisée de l'onde  
 $S - (Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2}$  est la fraction non polarisée (ou polarisée aléatoirement)

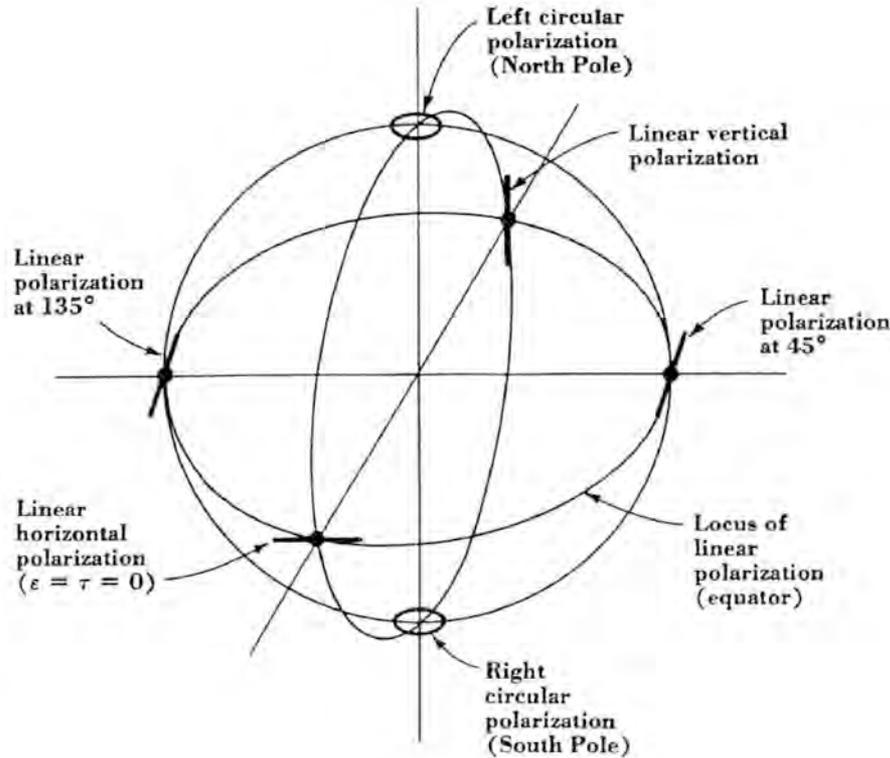
Polarisation of radiation from an electron in a circular orbit.



T défini par  $V = 2T/(1+T^2)$  caractérise l'elli

$$T = \cos \theta$$

On utilise aussi les grandeurs normalisées :  $q = Q/S$ ,  $u = U/S$ ,  $v = V/S$   
 $\Rightarrow$  représentation graphique sur la "sphère de Poincaré"



Rayonnement non polarisé (rayonnement thermique cosmologique, fond galactique ...)  
 $\Rightarrow$  l'orientation de  $\mathbf{E}$  dans le plan  $\perp \mathbf{k}$  varie aléatoirement (de même que  $|\mathbf{E}|$  ou  $|\mathbf{E}|^2$ )  
 = succession de paquets d'ondes d'amplitude et de polarisation quelconques et variables  
 (par ex. polar elliptique mais dont le sens, le taux d'ellipticité et la direction  
 fluctuent rapidement)  
 $\Rightarrow Q, U, V = 0$  (en moyenne)

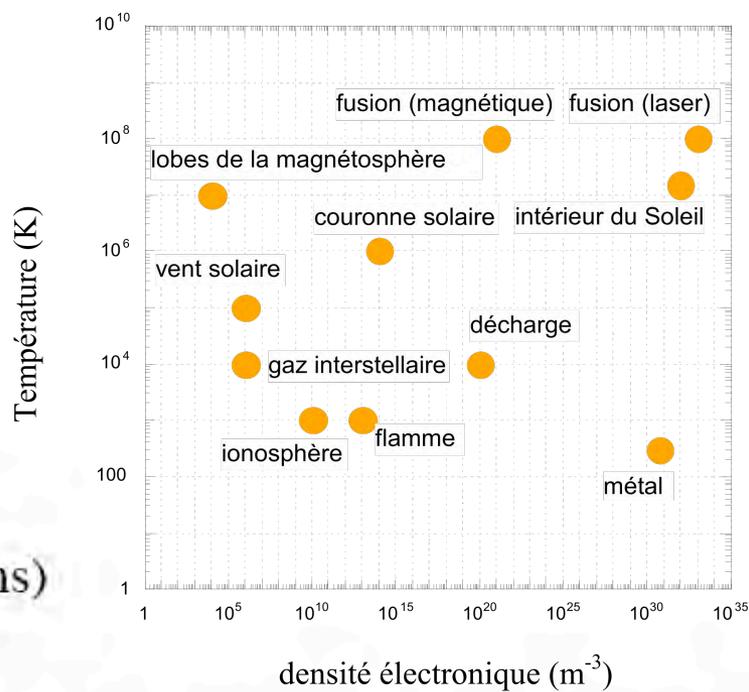
- **Introduction – Quelques dates**
- **Spécificités**
- **Onde & Polarisation**
- **Plasmas & Propagation**
- **Théorie de la Mesure & Bruit**

• Plasma : Notions de base

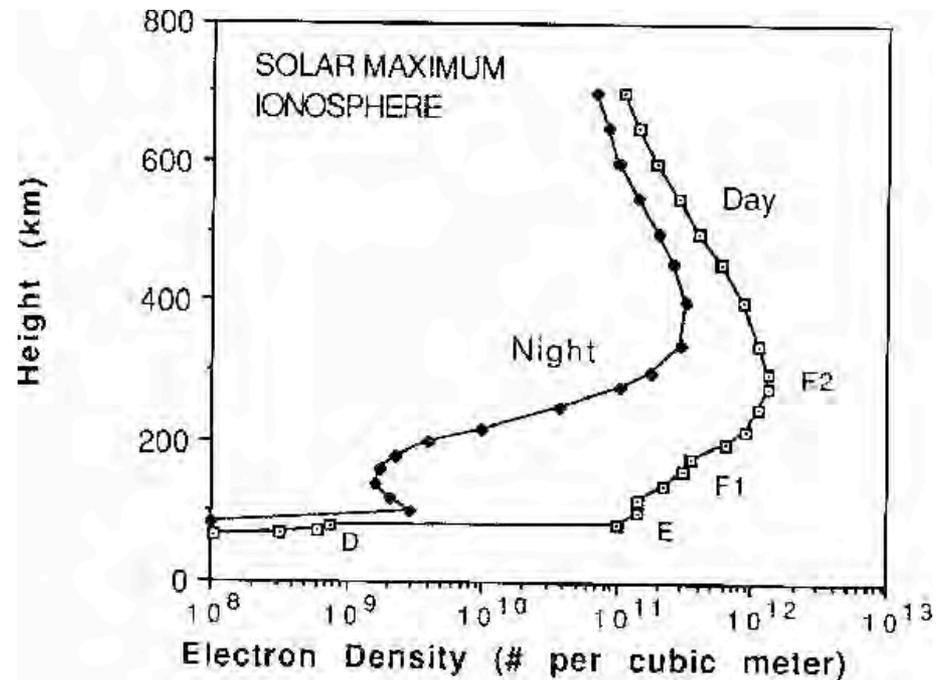
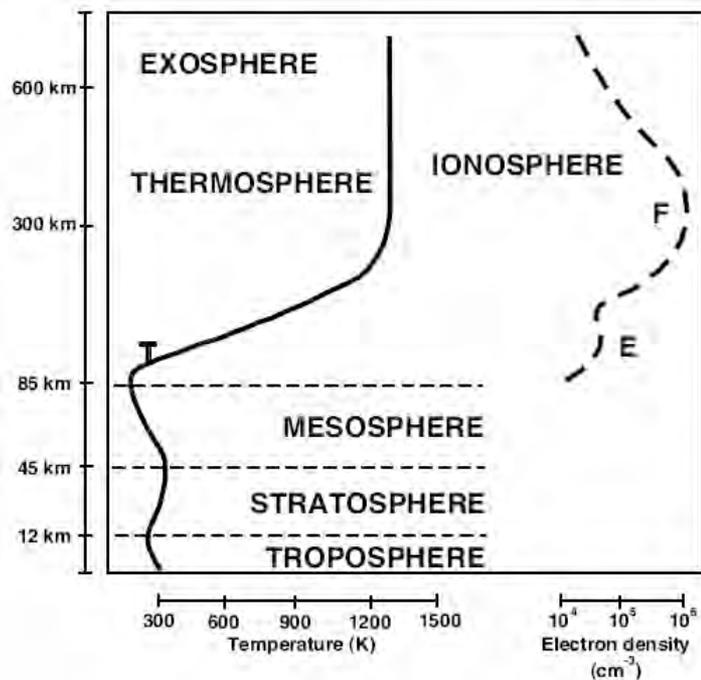
- milieu contenant des charges libres ( $e^-$ ,  $p^+$ , ions)
- neutralité électrique globale à grande échelle
- ionisation partielle ou totale

- collisionnelle  $kT \geq E_{ionisation} (\sim e^2/8\pi\epsilon_0 r_{Bohr} \sim 13.6 \text{ eV pour l}'e^- \text{ le + externe})$
- radiative  $h\nu \geq E_{ionisation}$
- par bombardement de particules énergétiques

- comportement similaire à un conducteur pour les ondes e.m.
- effets collectifs =  $\exists$  fréquences naturelles



Fréquence plasma d'oscillation ( $e^-$ / ions)	Fréquence cyclotron de gyration ( $e^-$ / $\mathbf{B}$ ) si plasma magnétisé)
$f_{pe}$ (Hz) = $(1/2\pi) (N_e e^2 / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$ $= 9 N_e^{1/2}$ avec $N_e$ en $m^{-3}$	$f_{ce}$ (Hz) = $(1/2\pi) (eB/m_e)$ $= 2.8 \times 10^6 B$ avec $B$ en Gauss



### Exemples:

- *Ionosphère terrestre* :  $N_o = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_e/N_o \sim 10^{-9}$  (via X & UV solaire),  $T \sim 900 \text{ K}$   
 $N_e \approx 10^{5-6} \text{ cm}^{-3}$  (jour)  $\Rightarrow f_{pe} \approx 3-10 \text{ MHz}$   
 $N_e \approx 5 \times 10^{4-5} \text{ cm}^{-3}$  (nuit)  $\Rightarrow f_{pe} \approx 2-6 \text{ MHz}$   
 (fonction de saison, latitude, activité solaire ...)
- *Couronne solaire* :  $N_o \sim N_e \approx 10^{8-9} \text{ cm}^{-3}$  (ionisation totale)  
 $\Rightarrow f_{pe} \approx 100-300 \text{ MHz}$ ,  $T \sim 10^6 \text{ K}$
- *Milieu I.P.* (vent solaire à l'orbite terrestre) :  $N_o \sim N_e \approx 5-10 \text{ cm}^{-3}$  (variable)  
 $\Rightarrow f_{pe} \approx 20-30 \text{ kHz}$ ,  $T \sim 4 \times 10^5 \text{ K}$
- *Milieu I.S.* :  $N_o = 1 \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_e \approx 0.03 \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_e/N_o \sim 3\%$   
 (sauf régions H<sub>II</sub> près d'étoiles chaudes)

- Propagation des ondes radio dans un plasma

Onde e.m. ( $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ) induit un mouvement des électrons du plasma :  $\mathbf{F} = -e (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$

Résolution des équations de Maxwell pour une perturbation harmonique

$$\Rightarrow \quad \omega / \mathbf{k} = (\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r)^{-1/2} = c / (\epsilon_r \mu_r)^{1/2} = c / \mathbf{n} = v_\varphi$$

( $v_\varphi$  = vitesse de propagation d'une perturbation du champ e.m.  
de fréquence  $2\pi\omega$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ )

avec  $\mathbf{n} = (\epsilon_r \mu_r)^{1/2}$  indice de réfraction

Plasma non magnétisé  $\Rightarrow \quad \epsilon_r = 1 - N_e e^2 / \epsilon_0 m_e \omega^2 = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{n} = (1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2)^{1/2} = (1 - f_{pe}^2 / f^2)^{1/2} < 1$$

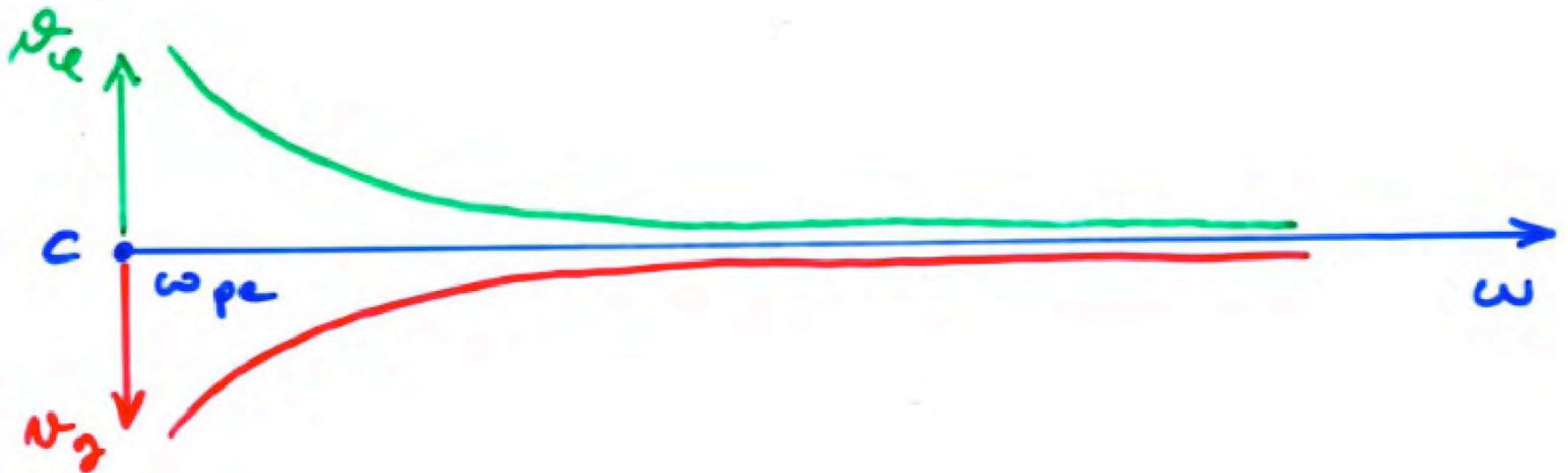
d'où  $v_\varphi = \omega / \mathbf{k} = c / \mathbf{n} > c$

(mais vitesse "non-physique" car une onde monochromatique  
d'amplitude constante ne transporte pas d'information)

la vitesse de transport de l'énergie / information est  $v_g = d\omega/dk$

on a :  $c^2 k^2 = \omega^2 n^2 = \omega^2 - \omega_{pe}^2 \Rightarrow 2 c^2 k dk/d\omega = 2\omega$   
 $\Rightarrow v_g = d\omega/dk = c^2 k / \omega = c n < c$

NB:  $v_g v_\varphi = c^2$



• Propagation des ondes en plasma non-magnétisé

Coupure BF

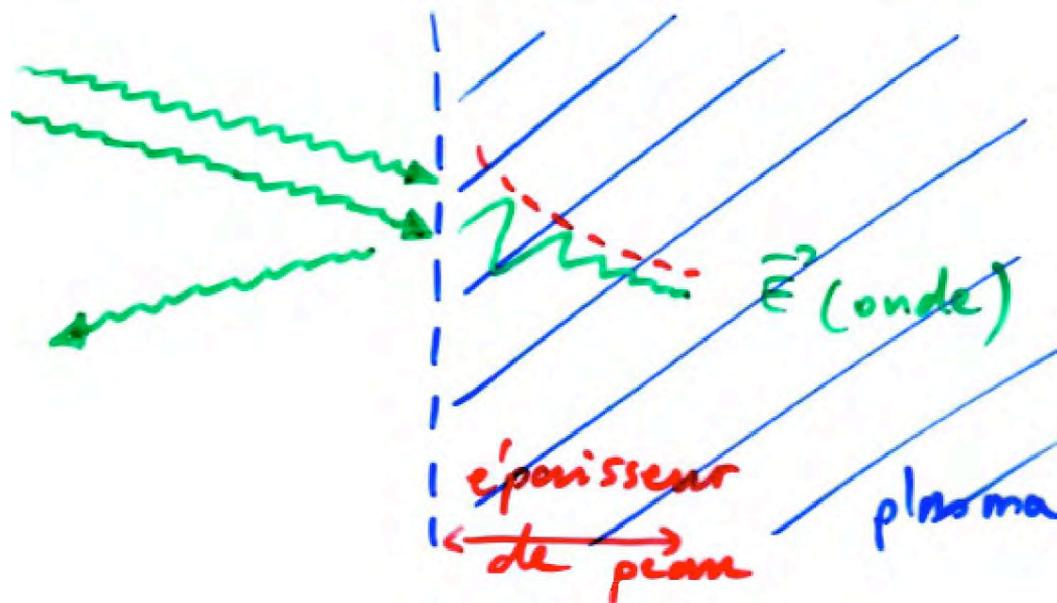
→ 3 régimes de propagation :

(1)  $f \gg f_{pe}$      $\Rightarrow$     l'onde e.m. induit des oscillations forcées à  $f$  des  $e^-$  du plasma  
(HF donc faible amplitude)  
 $\Rightarrow$      $n \approx 1$     propagation libre à     $v_g = c$   $n \approx c$   
 $\Rightarrow$     milieu transparent (mais réfraction, diffusion,  
atténuation  $\uparrow$  quand  $f \rightarrow$  quelques  $f_{pe}$ )

(2)  $f \approx f_{pe}$      $\Rightarrow$     l'onde e.m. induit des oscillations résonantes à  $f_{pe}$   
(grande amplitude)  
 $\Rightarrow$     dissipation de l'énergie par collisions  
 $\Rightarrow$     milieu absorbant ( $n=0$ )

*[une fraction de l'énergie est réémise à  $\sim f_{pe}$  sous forme d'ondes e.s. dans le milieu]*

- (3)  $f \leq f_{pe}$
- $\Rightarrow$  l'onde e.m. induit des oscillations BF non résonantes, mais d'amplitude  $>$  cas (1)
  - $\Rightarrow$  onde amortie après traversée d'une faible épaisseur de plasma ( $n$  imaginaire  $\Rightarrow |E| \propto \exp(-kz)$ ) et réémission à  $f$  par les  $e^-$  n'ayant pas subi de collision
  - $\Rightarrow$  propagation limitée à une couche superficielle (épaisseur de peau)
  - $\Rightarrow$  milieu réfléchissant (+ absorbant)

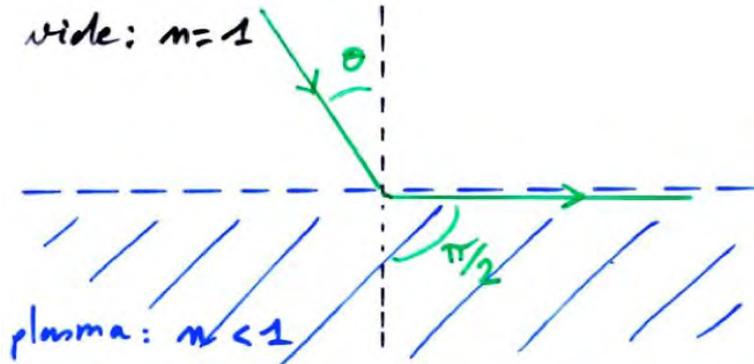


→ Fréquence de coupure  $f_c$  pour un angle d'incidence  $\theta$  / normale à la couche de plasma :

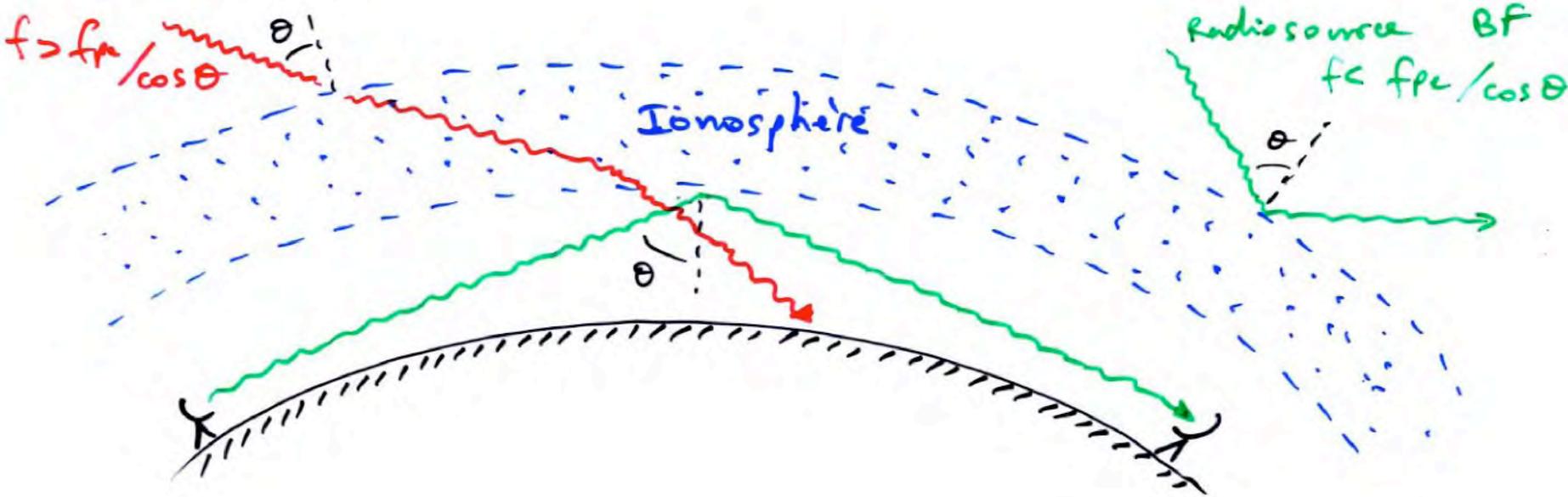
Réflexion totale pour  $1 \cdot \sin\theta = n \cdot \sin(\pi/2)$

$$\Rightarrow n^2 = 1 - f_{pe}^2 / f_c^2 = \sin^2\theta$$

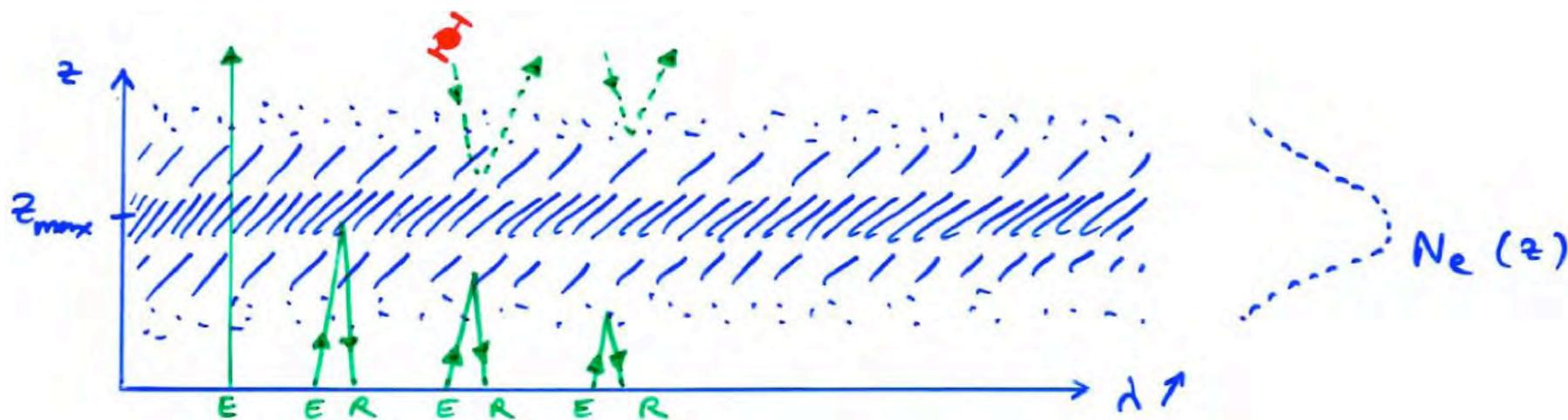
$$\Rightarrow f_c = f_{pe} / \cos\theta$$



⇒ possibilité de radio-communications terrestres sur "ondes courtes" ( $f \leq 30$  MHz) :  
propagation au-delà de l'horizon par réflexion sous l'ionosphère pour  $f < f_{pe} / \cos\theta$



Exemple: Ionosphère terrestre = filtre passe-haut ciel  $\leftrightarrow$  sol  
 Coupure ionosphérique ( $f_{pe} \approx 3-10$  MHz aux latitudes moyennes)  
 variable jour/nuit, été/hiver, /latitude et /activité solaire  
 Sondage ionosphérique : exploitation de la fréquence de coupure  $f_c = f_{pe}$   
 en incidence ~normale  
 → envoi vers le zénith d'un rayonnement radio de fréquence variable,  
 et mesure du délai entre émission et réception  $\Delta t = t_R - t_E$   
 A mesure que  $f \uparrow$ , le rayonnement pénètre + haut et  $\Delta t \uparrow$   
 ⇒ on en déduit  $N_e(z) = f^2/81 = f_{pe}^2/81$  avec  $z = c \Delta t / 2$   
 La dernière fréquence réfléchiée donne  $N_{e-max}(z_{max})$   
 Pour les couches  $z > z_{max}$  on procède de même à partir d'un satellite en orbite



Exemple: Miroir  $\rightarrow$  les  $e^-$  libres du métal réfléchissent les ondes e.m. incidentes.

$r_{\text{atome}} \approx 1 \text{ \AA}$  & 1  $e^-$  libre mis en commun par atome

$$\Rightarrow N_e \approx 1/(2 \text{ \AA})^3 \approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$$

$$\Rightarrow f_{pe} \approx 3 \times 10^{15} \text{ Hz} \quad \lambda \approx 100 \text{ nm (UV)}$$

$\rightarrow$  un miroir métallique réfléchit le visible mais pas les rayons X  
(sauf réflexion spéculaire,  $\theta \approx 90^\circ \Rightarrow f_c = f_{pe} / \cos\theta \uparrow\uparrow$ )



## • Dispersion

→  $v_g = d\omega/dk = c^2 k / \omega = c n \approx c (1 - \omega_{pe}^2 / 2\omega^2)$  pour  $\omega_{pe}^2 \ll \omega^2$   
 (typiquement  $f \geq 100$  kHz dans les plasmas naturels)

$v_g = v_g(\omega) \Rightarrow$  un plasma est un milieu dispersif pour les ondes radio

→ Pour une radiosource à spectre large à distance  $L$  de l'observateur :

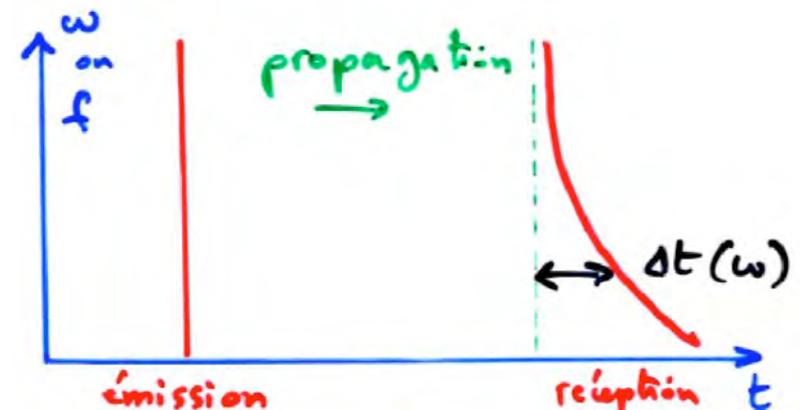
$$t(\omega) = L / v_g(\omega) \approx (1 + \omega_{pe}^2 / 2\omega^2) L / c$$

en supposant  $\omega_{pe} = C^{te}$  sur le trajet  $L$

$$\Rightarrow \Delta t(\omega) = t(\omega) - t(\omega \rightarrow \infty) \approx \omega_{pe}^2 L / 2\omega^2 c = N_e L e^2 / 2\varepsilon_0 m_e \omega^2 c$$

ou plus rigoureusement, si  $N_e \neq C^{te}$  sur le trajet  $L$

$$\Delta t(\omega) \approx \left( \int_L N_e dL \right) e^2 / 2\varepsilon_0 m_e \omega^2 c = \langle N_e L \rangle e^2 / 2\varepsilon_0 m_e \omega^2 c$$





## Plasma magnétisé (avec collisions)

→ on montre que dans ce cas (équation d'Appleton-Hartree) :

$$n^2 = 1 - X / \{ 1 - iZ - \frac{1}{2} Y_T / (1 - X - iZ) \pm [ \frac{1}{4} Y_T^4 / (1 - X - iZ) + Y_L^2 ]^{1/2} \}$$

$$\text{avec } X = f_{pe}^2 / f^2$$

$$Y_T = (f_{ce} / f) \sin \theta \quad \& \quad Y_L = (f_{ce} / f) \cos \theta \quad \text{où } \theta = (\mathbf{k}, \mathbf{B})$$

$$Z = f_{coll} / 2\pi f \quad \text{où } f_{coll} \propto N_e T^{-3/2} \text{ pour les collisions } e^- \text{-ions}$$

$$\Rightarrow n = \mu - i\chi \quad \text{où } \mu = \text{Re}(n) \text{ caractérise la réfraction}$$
$$\text{et } \chi = \text{Im}(n) \text{ caractérisé l'amortissement/amplification}$$

Si on néglige les collisions, i.e.  $f_{coll} \ll f_{pe}, f_{ce}, f \Rightarrow Z \approx 0$   
et qu'on considère la propagation quasi-//  $\mathbf{B} \Rightarrow Y_T^2 \ll Y_L$   
(en fait non strictement  $\perp \mathbf{B}$ )

$$n^2 = 1 - X / (1 - \frac{1}{2} Y_T \pm Y_L) = 1 - \omega_{pe}^2 / ( \omega ( \omega - \frac{1}{2} \omega_{ce} \sin \theta \pm \omega_{ce} \cos \theta ) )$$

$$\Rightarrow n_{\pm} = [ 1 - \omega_{pe}^2 / ( \omega ( \omega - \frac{1}{2} \omega_{ce} \sin \theta \pm \omega_{ce} \cos \theta ) ) ]^{1/2}$$

$n_+$  → propagation d'une onde LHC (G),  $n_-$  → propagation d'une onde RHC (D)

NB:  $\mathbf{B}$  introduit une anisotropie qui rend le plasma biréfringent  
( $\equiv$  cristal où l'anisotropie vient de la structure cristalline)

• Effet Faraday

$$\begin{aligned} \rightarrow v_{\varphi\pm} &= c / n_{\pm} \\ \Rightarrow \Delta v_{\varphi} &= |v_{\varphi+} - v_{\varphi-}| = c |1/n_+ - 1/n_-| \\ &\approx c \omega_{pe}^2 / 2\omega |1/(\omega - 1/2\omega_{ce}\sin\theta + \omega_{ce}\cos\theta) - 1/(\omega - 1/2\omega_{ce}\sin\theta - \omega_{ce}\cos\theta)| \\ &= c \omega_{pe}^2 \omega_{ce} \cos\theta / \omega [(\omega - 1/2\omega_{ce}\sin\theta)^2 - (\omega_{ce}\cos\theta)^2] \end{aligned}$$

soit pour  $\omega \gg \omega_{pe}, \omega_{ce}$   $\Delta v_{\varphi} \approx c \omega_{pe}^2 \omega_{ce} \cos\theta / \omega^3 = c \omega_{pe}^2 \omega_{ce/l} / \omega^3$

Pour 2 ondes circulaires (G & D), initialement en phase ( $\propto \exp[i(kz - \omega t)] \propto \exp[ik(z - v_{\varphi}t)]$ )  
 $\Rightarrow \Delta\varphi(t) = k \Delta v_{\varphi} t = 2\pi/\lambda \cdot c \omega_{pe}^2 \omega_{ce} / \omega^3 t = e^3 \lambda^2 B_{\parallel} N_e t / (4\pi^2 c^2 m_e^2 \epsilon_0)$   
 avec  $t \approx L/c$  pour une source à une distance L

→ l'Effet Faraday est la rotation du plan de polarisation linéaire d'une onde se propageant parallèlement à **B** dans un plasma magnétisé. Le plan de polarisation tourne de :

$$\theta \text{ (rad)} = \Delta\varphi/2 = e^3 \lambda^2 B_{//} \langle N_e L \rangle / (8\pi^2 c^3 m_e^2 \epsilon_0)$$

$$= e^3 \lambda^2 B_{//} [\text{DM}] / (8\pi^2 c^3 m_e^2 \epsilon_0)$$

$$\theta \text{ (rad)} = R \lambda^2 \quad \text{avec } \lambda \text{ en m et } R = \text{Mesure de Rotation} = 0.8 \int_L N_e B_{//} dL$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $\text{cm}^{-3} \quad \mu\text{G} \quad \text{pc}$

ou

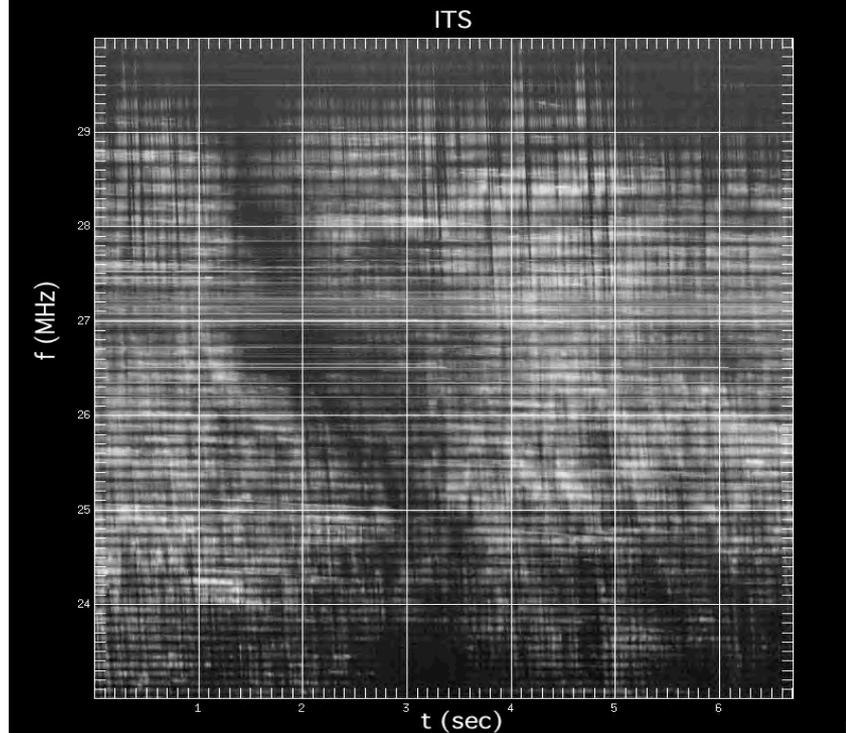
$$\theta = 4 \times 10^{12} [\text{DM}] B_{//} f^{-2}$$

$\downarrow$   
 $[\text{°}]$

$\downarrow \quad \downarrow$   
 $[\text{pc.cm}^{-3}] \quad [\text{G}]$

$\downarrow$   
 $[\text{MHz}]$

$$\Delta\theta = \theta(f_1) - \theta(f_2) \approx 4 \times 10^{12} [\text{DM}] B_{//} (f_1^{-2} - f_2^{-2})$$



Exemple : On observe des Franges Faraday dans le spectre dynamique de l'émission décamétrique de Jupiter (observée à Dwingeloo avec une antenne linéaire).

L'interfrange à 27 MHz est  $\sim 0.15$  MHz  $\rightarrow$  origine ?

$$\Delta\theta (^{\circ}) = d(\theta)/df \cdot \Delta f = 4 \times 10^{12} [\text{DM}] B_{\parallel} 2 f^{-3} \Delta f \Rightarrow \Delta f = \Delta\theta f^3 / (8 \times 10^{12} N_e L B_{\parallel})$$

$\Delta\theta$  entre 2 franges consécutives (brillantes ou sombres) =  $180^{\circ}$

- Tore de plasma de Io :  $N_e \sim 1000 \text{ cm}^{-3}$ ,  $L \sim 2R_{\text{Jupiter}}$  ( $1R_J = 7 \times 10^4 \text{ km}$ ),  $B_{\parallel} \sim 0.003 \text{ G}$

$$\Rightarrow \Delta f \approx 31 \text{ MHz}$$

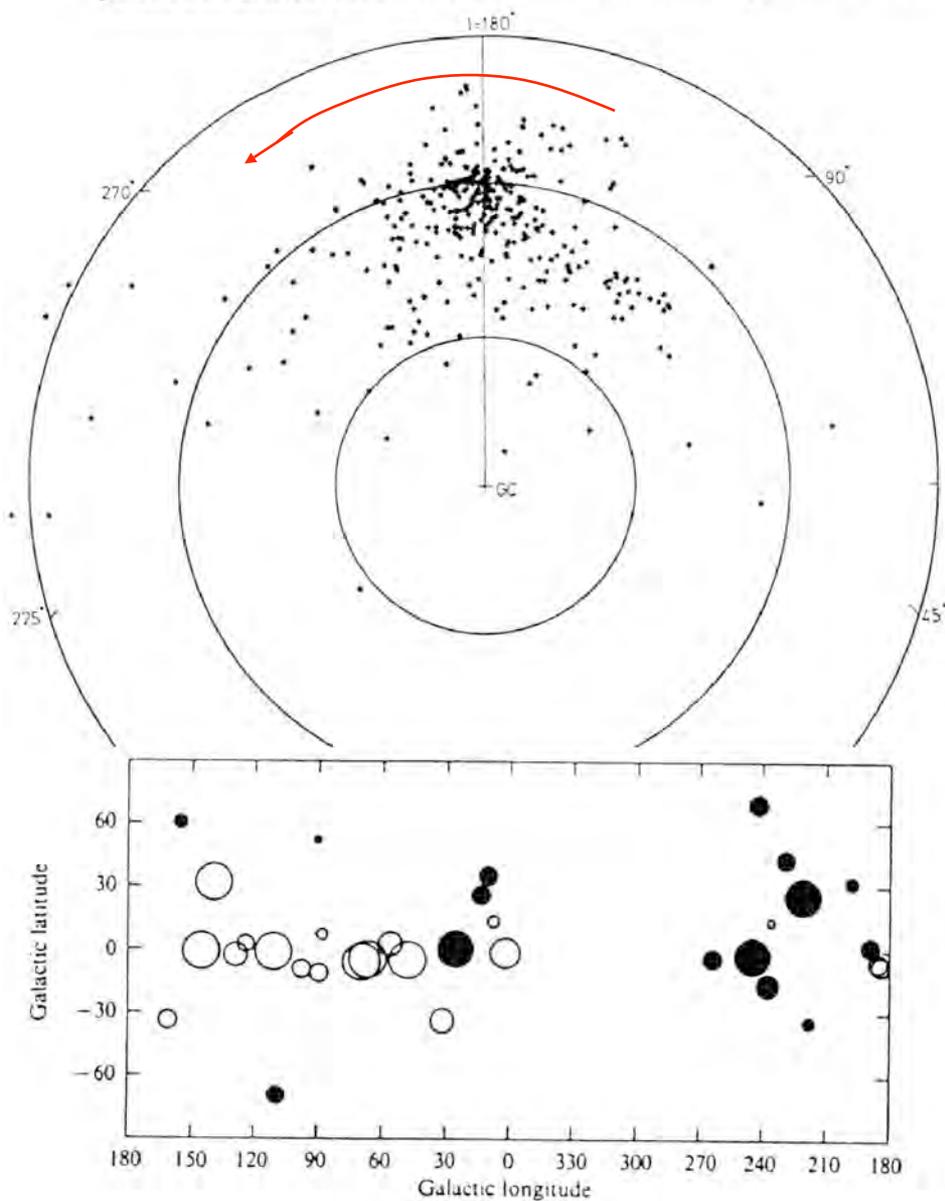
- Milieu interplanétaire :  $N_e \sim 5 \text{ cm}^{-3}$ ,  $L \sim 5 \text{ UA}$  ( $1 \text{ UA} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$ ),  $B_{\parallel} \sim 3 \text{ nT}$

$$\Rightarrow \Delta f \approx 118 \text{ MHz}$$

- Ionosphère terrestre :  $N_e \sim 5 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$ ,  $L \sim 500 \text{ km}$ ,  $B_{\parallel} \sim 0.3 \text{ G}$

$$\Rightarrow \Delta f \approx 0.18 \text{ MHz}$$

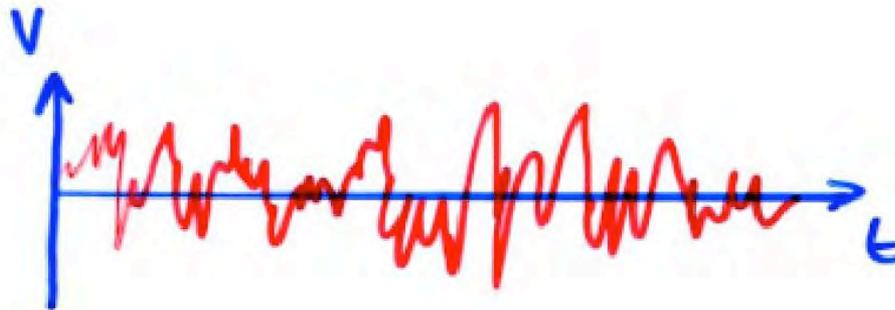
Fig. 8.2. The positions of the 316 pulsars in the uniform sample, projected onto the plane of the Galaxy. The galactic centre is at the centre of the diagram. The pulsars are clustered round the Sun, at a distance of about 8 kpc from the centre.



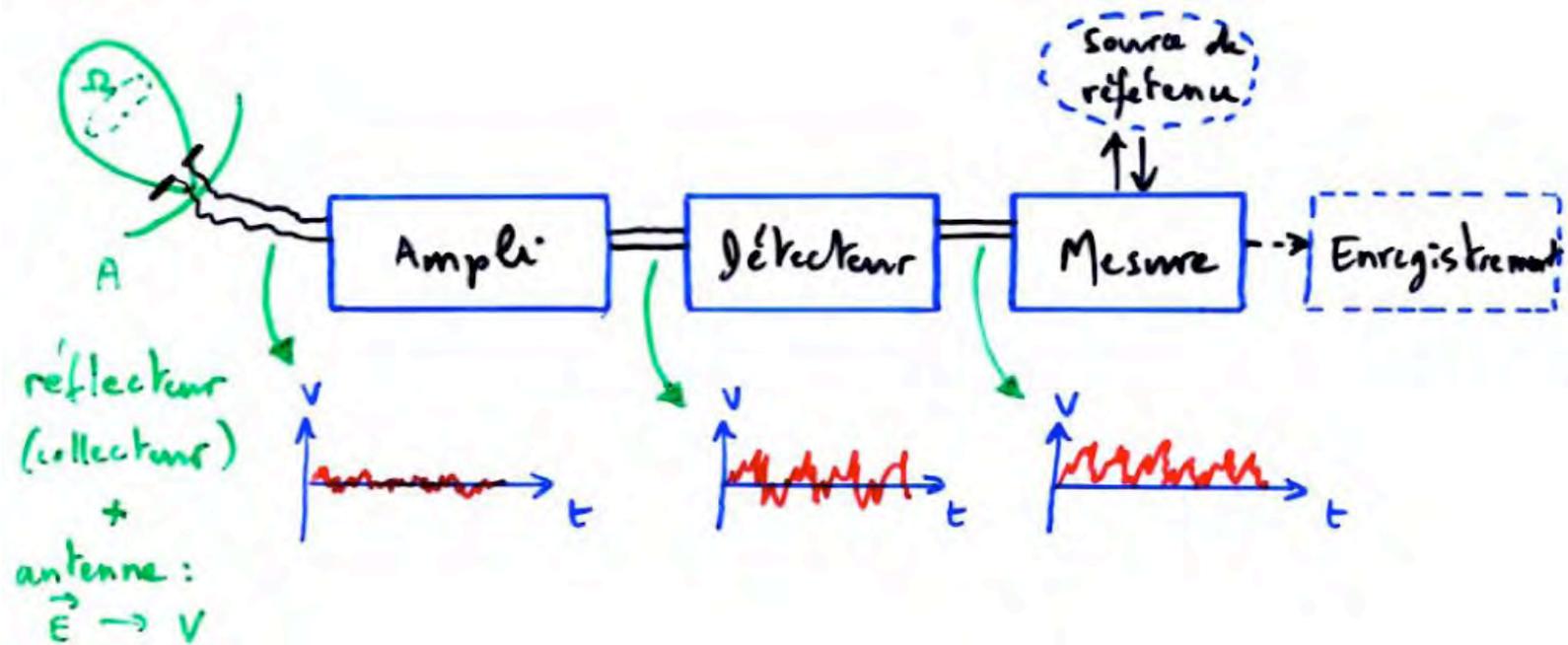
Sens (& amplitude) de  $B_z$   
dans le plan galactique

- **Introduction – Quelques dates**
- **Spécificités**
- **Onde & Polarisation**
- **Plasmas & Propagation**
- **Théorie de la Mesure & Bruit**

- Problèmes posés par l'observation radioastronomique
  - signal faible ( $\sim 10^{-4} \rightarrow 1$  Jy), "HF" (MHz, GHz...), de moyenne nulle ( $\langle V \rangle$ )
    - ⇒ amplification
    - ⇒ changement de fréquence ( $\rightarrow$  BF)
    - ⇒ redressement / détection
  - sources de bruit intenses :
    - fond du ciel (Galaxie)
    - émetteurs proches (éclairs d'orages, émetteurs artificiels)
    - bruit de l'électronique du système de réception
  - étalonnage de l'intensité reçue en unités physiques  $\rightarrow$  source radio étalon ?



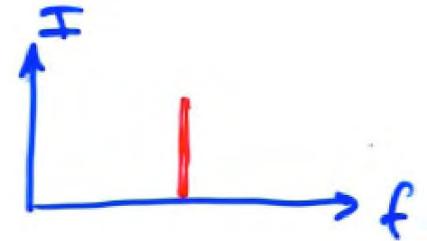
- Schéma de principe d'un instrument de mesure radioastronomique



- statistique des mesures ?
- effet des filtrages (sélection de la bande mesurée)
- comment séparer les parasites de l'émission étudiée ?

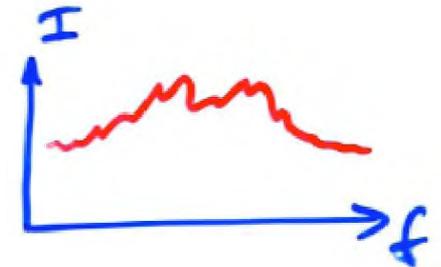
- Nature du signal reçu

- onde artificielle → bande étroite, émission entretenue/cohérente modulée (AM, FM...)



- signal naturel = "bruit", en général large bande, stationnaire, de statistique gaussienne (source incohérente de  $\varnothing \gg \lambda$ )

$$P(x) = 1/(\sigma \sqrt{2\pi}) \exp[-(x-x_0)^2/2\sigma^2] \quad (x = E, |E|, I \dots)$$



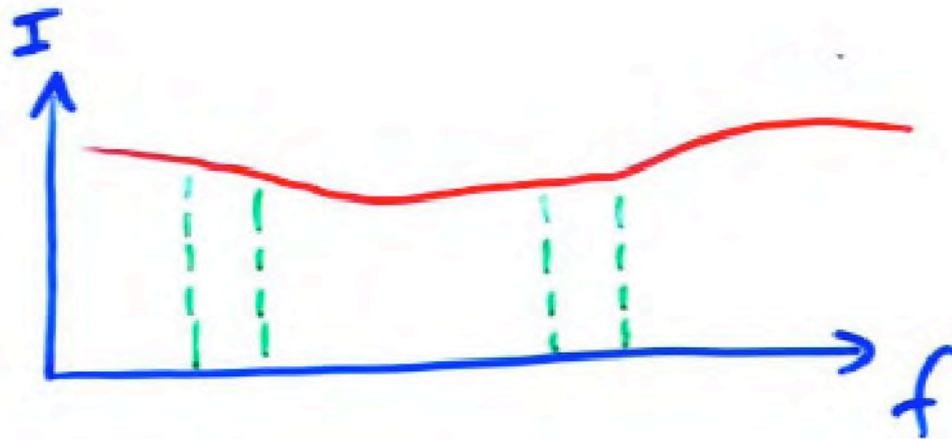
⇒ amplitude & phase de  $\mathbf{E}$  (large bande) varient aléatoirement / t, z  
 $|\mathbf{E}(z)|_{t_0}$  et  $|\mathbf{E}(t)|_{z_0}$  sont des fonctions aléatoires,  $\langle E \rangle = 0$ ,  $\langle E^2 \rangle \neq 0$



La décomposition spectrale (Fourier) de  $E$  donne des composantes  $E(f)$  de phases relatives quelconques

⇒ les énergies transportées dans des bandes de fréquences disjointes s'ajoutent

⇒ Hypothèse de travail : le signal reçu est un bruit blanc ( $I(f) \propto |E(f)|^2 = C^{te}$ )  
On peut toujours se ramener à ce cas en étudiant le spectre du signal dans des bandes étroites où le bruit est – en 1<sup>ère</sup> approximation – blanc



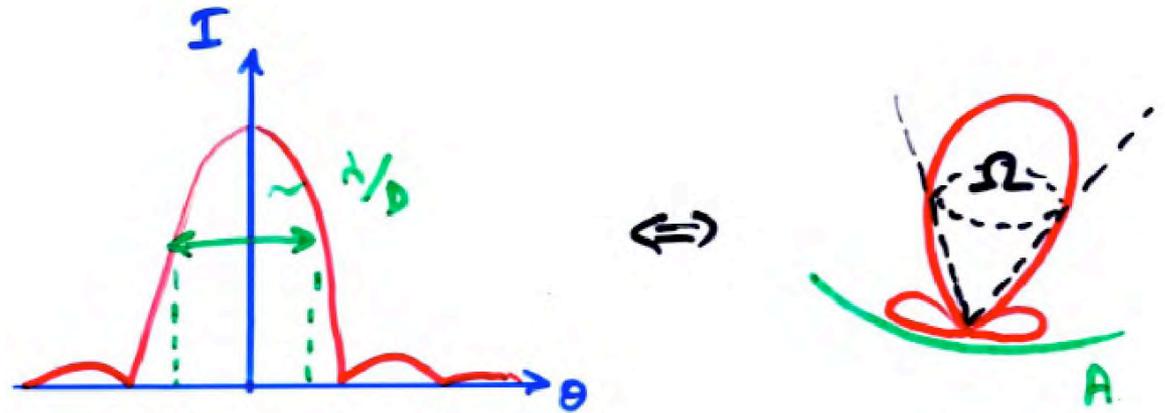
⇒ Formulation Thermodynamique employée en théorie de la mesure en Radioastronomie

- Relation  $A \leftrightarrow \Omega$

$\forall$  antenne unique ( $\neq$  interféromètre) de dimension ( $\emptyset$ )  $D$ , on a :

$$\theta_{\min} \sim \lambda/D \Rightarrow \theta_{\min}^2 \sim \lambda^2/D^2 \sim \lambda^2/A$$

avec  $\theta_{\min}^2 \approx \Omega$  et  $D^2 \approx A$



Plus généralement, on montre que  $\forall$  l'antenne, on obtient indépendamment de sa nature :

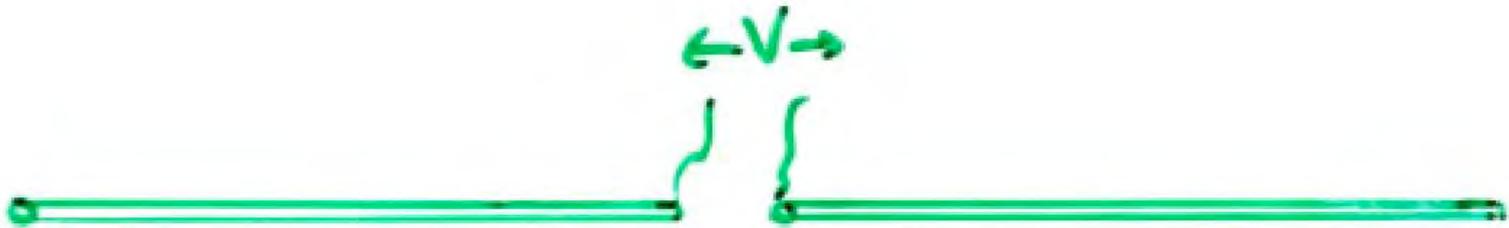
$$\int_{4\pi} A_{\text{eff}}(\theta, \varphi) d\Omega = \lambda^2$$

$\rightarrow$  cas particulier : antenne directive de lobe principal  $\Omega$  et d'aire effective  $A_{\text{eff}}$  (dans la direction du lobe principal) + lobes secondaires négligeables :

$$\Rightarrow A_{\text{eff}} \cdot \Omega = \lambda^2$$

*NB : A n'est pas nécessairement l'aire géométrique du collecteur, mais son aire "effective" = "section efficace" du RT / rayonnement radio incident (compte tenu des pertes ...)*

*Exemple : Antenne dipolaire sans perte :  $A_{\text{eff}} = 3\lambda^2 / 8\pi$   
→ sans rapport avec sa surface géométrique*



On définit le gain de l'antenne par :

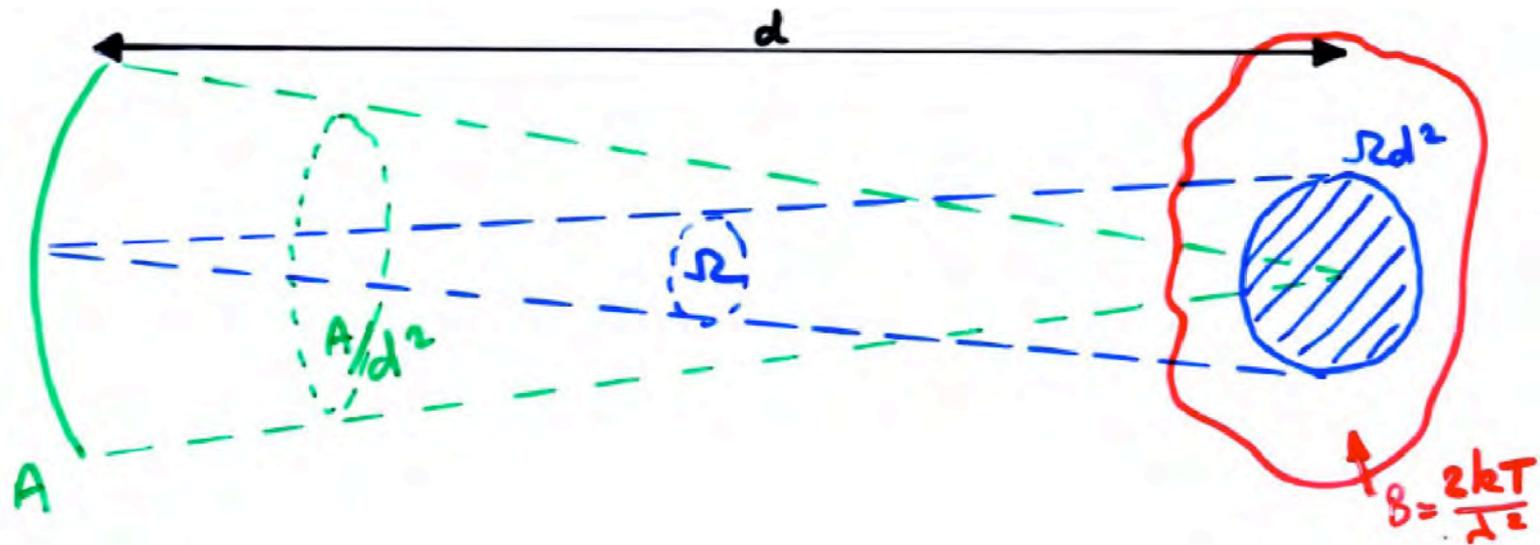
$$G = 4\pi / \Omega = 4\pi A_{\text{eff}} / \lambda^2$$

- Température d'antenne

→ Observation d'un corps noir étendu ( $\Omega$ ) :

source "vue" par le radiotélescope ( $\Omega$ ) =  $\Omega d^2$

angle solide sous-tendu par le RT vu de la source =  $A_{\text{antenne}}/d^2 = \Omega_A$



⇒ Puissance spectrale reçue par le RT d'un corps noir étendu :

$$P(\nu) d\nu = B(\nu) A_{\text{source}} \Omega_A d\nu = (2kT_B/\lambda^2) (\Omega d^2) (A_{\text{antenne}}/d^2) d\nu = 2 k T_B d\nu$$

$$\Rightarrow P(\nu) = (2) k T_B \quad [\text{W Hz}^{-1}]$$



polarisation relative antenne / onde

$$\forall A_{\text{antenne}}, d, \lambda \dots \quad \begin{array}{l} A \uparrow \Rightarrow \Omega \downarrow \\ d \uparrow \Rightarrow \Omega d^2 \uparrow \\ \lambda \uparrow \Rightarrow \Omega = \lambda^2 / A \uparrow \text{ mais } B \propto 1/\lambda^2 \downarrow \end{array}$$

⇒ Densité de flux reçue d'un corps noir étendu :

$$S(\nu) = P(\nu) / A_{\text{eff}} = (2) k T_B / A_{\text{eff}} \quad [\text{W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}]$$

↓  
d'antenne

→ Si  $\omega_{\text{source}} < \Omega_{\text{antenne}}$  (avec  $\omega_{\text{source}} = A_{\text{source}}/d^2$ )

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(\nu) &= (2) k T_B (\omega_{\text{source}} / \Omega) = (2) k T_A \\ \text{et } S(\nu) &= (2) k T_B \omega_{\text{source}} / A_{\text{eff}} \Omega = (2) k T_A / A_{\text{eff}} \end{aligned}$$

⇒ définition de la "température d'antenne" :  $T_A = S(\nu) A_{\text{eff}} / (2) k = P(\nu) / (2) k$

$T_A$  est une mesure de la puissance (ou de la densité de flux) reçue

[source polarisée  $\equiv$  antenne  $\Rightarrow T_A \times 2$ ]

Dans le cas d'un corps noir étendu, on a :  $T_A = T_B = T_{\text{physique}}$   
 Dans le cas d'une source non-étendue :  $T_A = T_B \omega_{\text{source}} / \Omega \ll T_B$

Pour une source de dimension finie la température d'antenne de la source s'écrit :

$$T_A = 1/4\pi \times \int_{\text{source}} T(\theta, \varphi) \times g(\theta, \varphi) d\Omega$$



caractérise la source



caractérise l'antenne

Pour une source ponctuelle, on peut mesurer  $S$  et  $T_A$  mais pas  $T_B$ , dont on ne peut obtenir qu'une limite inférieure/supérieure s'il existe une limite supérieure/inférieure sur  $\omega_{\text{source}}$

*Exemple : Jupiter observé au Réseau Décamétrique de Nançay (A ≈ 3000 m<sup>2</sup>)*

$$S \approx 10^{-19} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \quad \text{à } 10 \text{ MHz} \quad \Rightarrow \quad T_A = AS / 2k \approx 10^7 \text{ K}$$

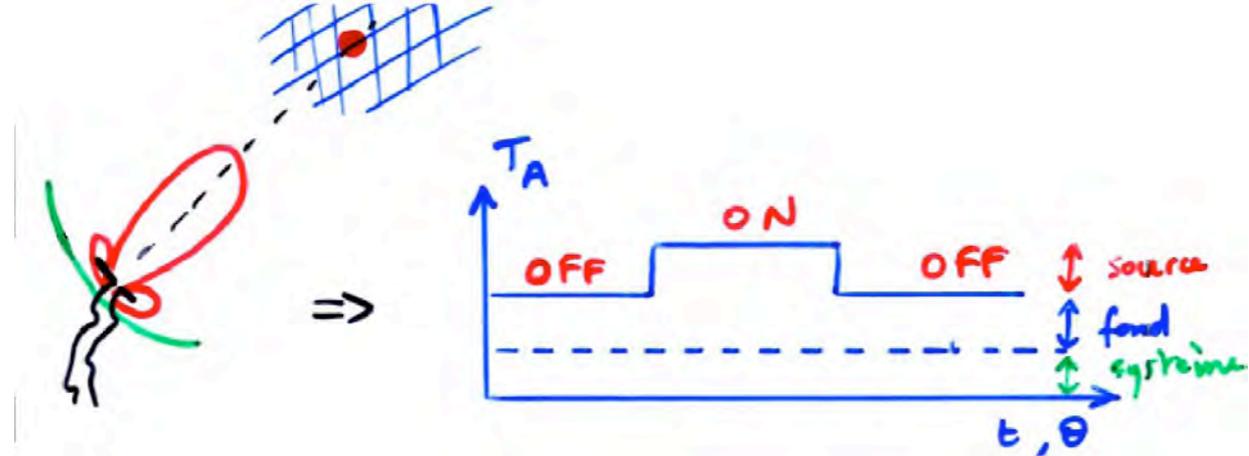
*Par ailleurs, des mesures VLBI donnent :  $\mathcal{O}(\text{source à } 10 \text{ MHz}) \leq 400 \text{ km}$*

$$\text{d'où } \omega_{\text{source}} < \pi \mathcal{O}^2 / 4d^2 \quad (d \sim 4.2 \text{ UA})$$

$$\Rightarrow T_B > T_A \Omega / \omega = (AS / 2k) (\lambda^2 / A) (4d^2 / \pi \mathcal{O}^2) = 10^{19} \text{ K}$$

- Mesure du signal reçu

Source jamais isolée



⇒ signal reçu = signal utile (source)  
+ "fond"  
+ parasites (lobes primaire ou secondaires)  
+ bruit de Nyquist (éléments résistifs de l'antenne et du détecteur)  
(+ autres bruits : grenaille ...)

Elimination du "fond" : observations "ON" – "OFF"

$$T_A (\text{parasites} + \text{Nyquist} + \dots) = T_{\text{système}}$$

fonction notamment de la température physique du système de réception

Si  $\omega_{\text{source}} \ll \Omega$      $T_{A(\text{signal})} = T_B \omega_{\text{source}} / \Omega$     peut être  $\ll T_{\text{ystème}}, T_{\text{fond}}$

⇒ difficulté = mesure de signaux faibles superposés à des signaux d'intensité élevée  
limites = précision de l'instrument, et surtout  
fluctuations aléatoires des signaux reçus (= bruit)

Exemples: • Rayonnement radio d'exoplanètes de type Jupiter ?

$$T_A = T_{A(\text{Jupiter})} \times (d_{\text{Jupiter}} / d_{\text{exoplanète}})^2 \approx 10^7 \times (5 \text{ UA} / 5 \text{ pc})^2 \approx 4 \times 10^{-3} \text{ K}$$

avec  $T_{\text{ciel}} \geq 10^5 \text{ K}$  à 10 MHz    (+ parasites...)

- Rayonnement cosmologique à 2.7 K, or  $T_{\text{ystème}} \approx 10 - 100 \text{ K}$   
à  $\lambda \in [\text{cm}, \text{dm}]$  et impossible de pointer sur "OFF" !

- Le problème du Bruit

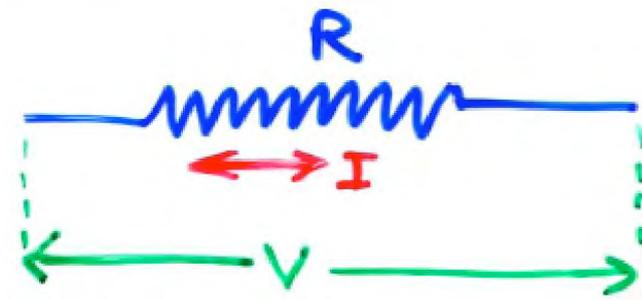
Tout signal suit des fluctuations aléatoires

(quantification de l'énergie e.m.  $\rightarrow$  photons  $\Rightarrow$  fluctuations statistiques de  $n_{\text{photons}}$  reçu)

Principales sources de bruit :

- Bruit de photons  $(= S / h\nu) \rightarrow \sim$ négligeable en radio
- Bruit en  $1/f$   $(S(\nu) \propto 1/\nu)$  universel, affecte  $\sim$  tous les phénomènes physiques
- Bruit de grenaille  $(h\nu \Rightarrow V \Rightarrow e^-$  dans le détecteur avec une distribution d'énergies)  
 $\rightarrow$  barrière de pontentiel (ex: transistor)  
 $\Rightarrow$  fluctuations aléatoires du flux d' $e^-$  (du courant de sortie)
- Parasites externes
- Bruit de Nyquist (ou de Johnson)  
 $=$  puissance fluctuante délivrée par tout circuit résistif,  
même en l'absence de signal

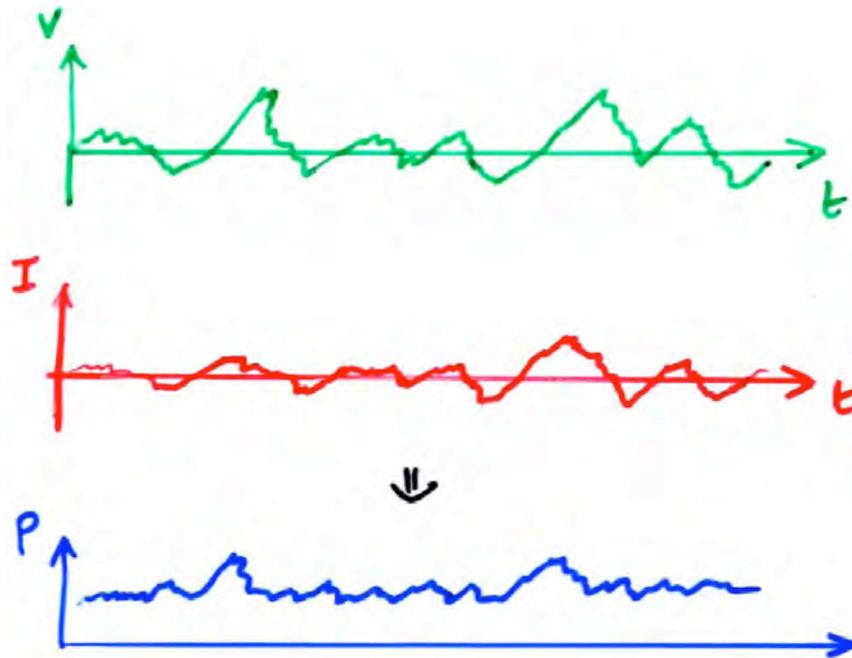
→ Bruit de Nyquist :



Circuit passif (pas de f.e.m.) à  $T \neq 0$

- ⇒ agitation thermique des  $e^-$  (mouvement Brownien)
- ⇒ distribution non-uniforme des  $e^-$  libres dans le conducteur
- ⇒ apparition d'une ddp aléatoire ( $V$ ) aux bornes du conducteur et d'un courant aléatoire ( $I$ , corrélé à  $V$ ) dans le conducteur,

$$\langle V \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle I \rangle = 0 \quad \text{mais} \quad \langle P \rangle = \langle V \times I \rangle \neq 0$$



- ⇒ Puissance  $P$  dissipée dans la résistance  $R$  : source = agitation thermique des  $e^-$
- ⇒  $T(R) \downarrow$  sauf si la résistance absorbe de l'énergie de son environnement

Hypothèse : le mouvement thermique des  $e^-$  génère un bruit blanc, donc indépendant de  $v$   
→ de quoi dépend  $P$  fournie "spontanément" par  $R$  ?

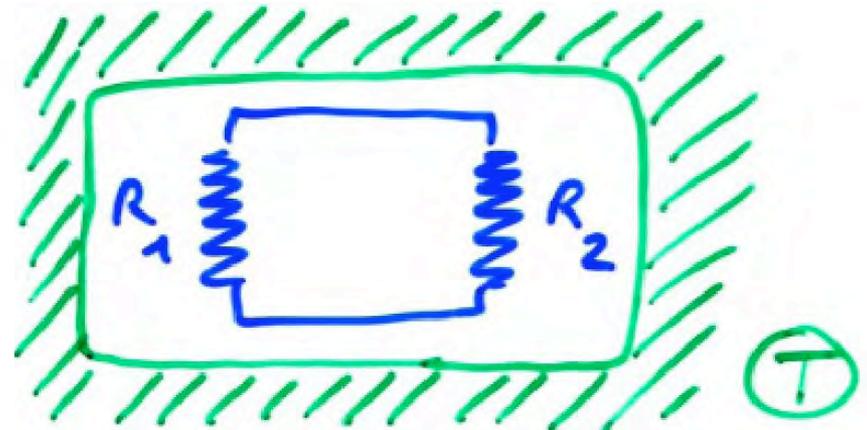
Expérience 1 : enceinte thermostatée à  $T$

∃ échanges spontanés de puissance entre  $R_1$  et  $R_2$

mais  $T(R_1) = T(R_2)$

⇒  $P(R_1 \rightarrow R_2) = P(R_2 \rightarrow R_1)$

[1<sup>er</sup> principe de la Thermodynamique]



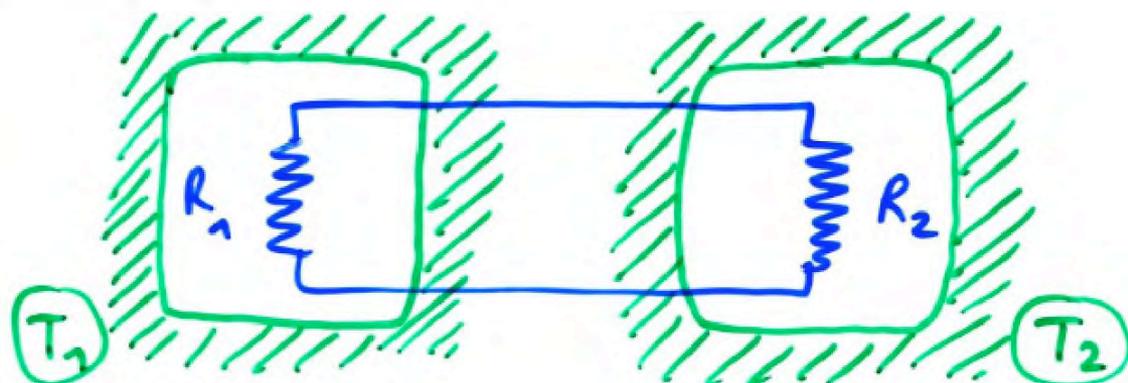
## Expérience 2 : enceintes thermostatées à $T_1$ et $T_2$

$$\Delta P = P(R_1 \rightarrow R_2) - P(R_2 \rightarrow R_1) \propto (T_1 - T_2) \text{ uniquement}$$

$\Rightarrow$  P fournie par R

$\rightarrow$  indépendante de la valeur de R ( $\forall$  système résistif)

$\rightarrow \propto T$  seulement



Une étude détaillée des échanges énergétiques entre résistances montre que

$$P(\nu) = k T$$

Bruit blanc  $\Rightarrow$  les fluctuations à 2 fréquences  $\nu \neq$  sont décorrélées

$\Rightarrow$  les puissances spectrales s'ajoutent :  $P(\nu) \Delta\nu = k T \Delta\nu$

Théorème de Nyquist :  $P(v) = k T$  est la puissance moyenne aux bornes d'un circuit résistif à température  $T$   
↓  
"Température de système"

∀ le système passif résistif

(les éléments du système de mesure - antennes, récepteurs, etc.- contribuent à son bruit résistif  $\approx$  générateurs de bruit)

$T_{\text{système}}$  d'un système  $\leq T_{\text{physique}}$  ( $\exists$  dissipation par rayonnement...)

$T_{\text{système}}$  typiquement  $\sim 150$  K pour un système antenne+récepteur non refroidis

- Etalonnage des mesures radioastronomiques

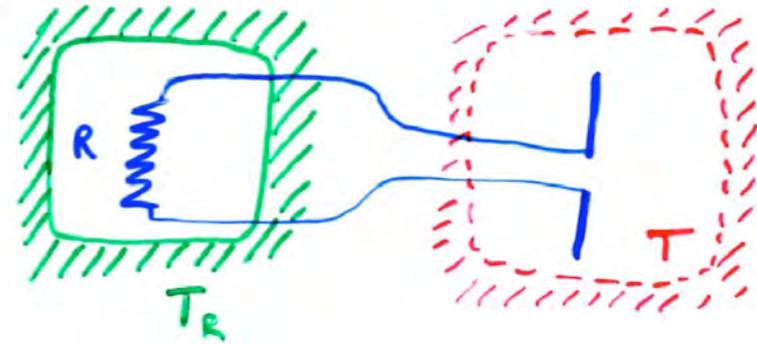
Résistance thermostatée ( $T_R$ ) connectée à une antenne placée dans un champ de rayonnement isotrope à  $T$  (corps noir)

$$P(\nu) [R \rightarrow \text{antenne}] = k T_R$$

$$P(\nu) [\text{captée par l'antenne (polarisée)} \rightarrow R] = k T$$

Bilan des échanges d'énergie :  $\Delta P = k |T - T_R|$

Équilibre pour  $T = T_R$



⇒ Nouvelle définition de la température d'antenne

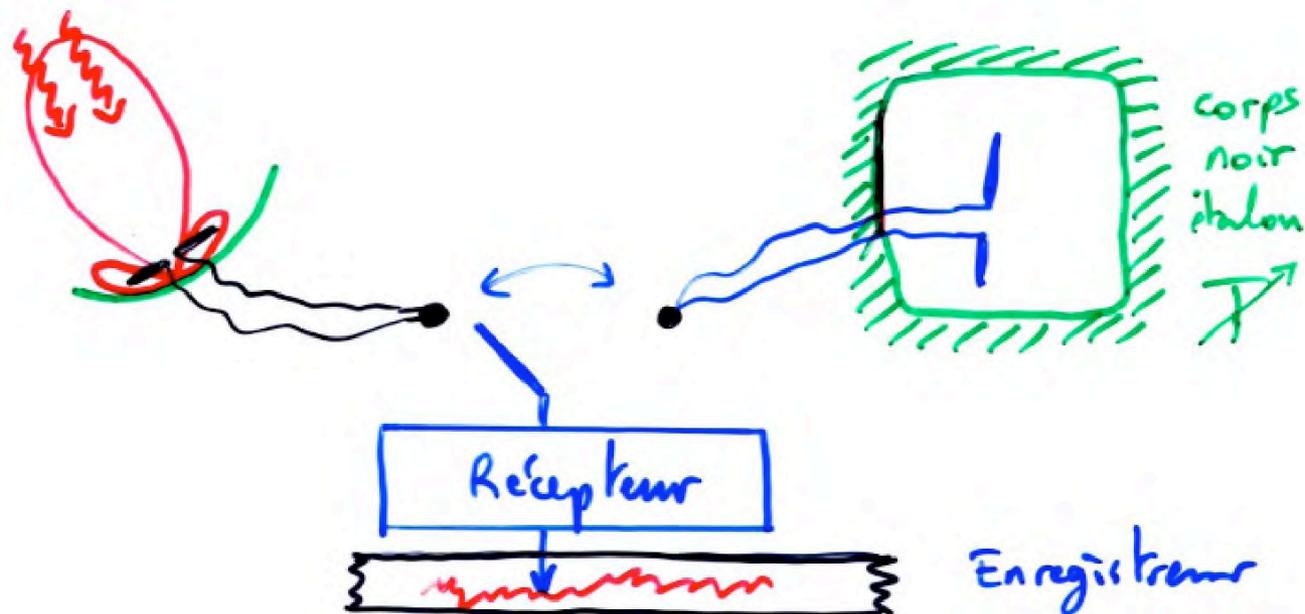
d'un champ de rayonnement :  $T_A = T_R$



température d'une résistance délivrant  
la même puissance spectrale que l'antenne

⇒ Étalon de mesure radioastronomique : corps noir étalon  
thermostaté à  $T$  variable et connue  
(antenne ou simple résistance dans une enceinte à  $T$ )

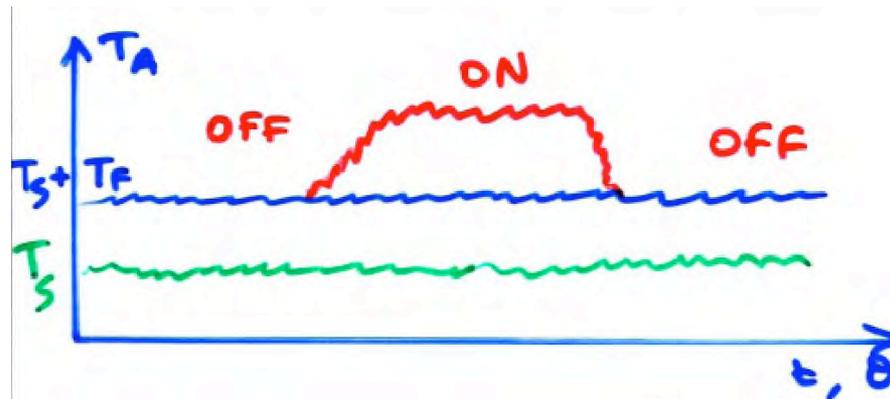
→ on ajuste  $T$  pour équilibrer le signal ⇒  $T = T_A$  (source)



NB : En pratique, on utilise une source de bruit (ex: diode)  
elle même étalonnée par comparaison à des radiosources  
connues "de référence" (Cygnus A, Cassiopée A)

- Effet des fluctuations aléatoires sur la mesure / Réduction des fluctuations

Situation + réaliste : si  $T_A$  (source)  $\ll$  fluctuations de  $(T_S + T_F)$   
 → le signal sera indétectable (noyé dans le bruit)



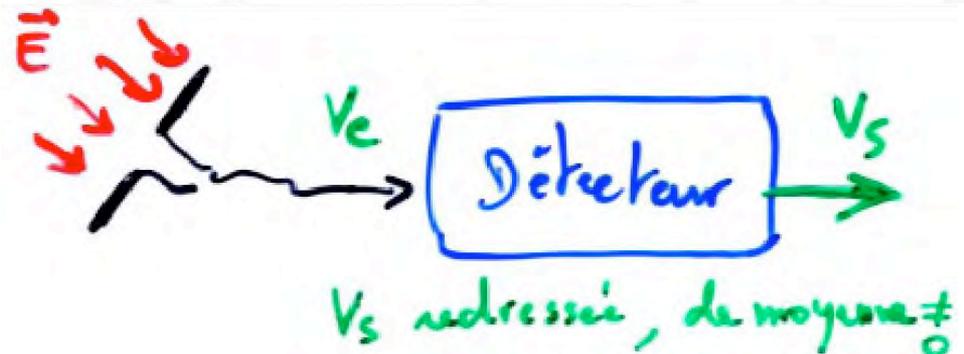
Signal  $E(t)$  :  
 Avec

$$P(E) = 1/(\sigma \sqrt{2\pi}) \exp[-(E - \langle E \rangle)^2 / 2\sigma^2]$$

$$\langle E \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \sigma^2 = \langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle = \langle E^2 \rangle$$

Mesure de  $E$  :

$$E \rightarrow V_{\text{entrée}} \propto E \rightarrow V_{\text{sortie}} \propto |E| \quad \text{ou} \quad |E^2|$$



⇒ Statistique des fluctuations de  $V_{\text{sortie}}$  ?

2 principaux types de détection :

*Détection linéaire* :  $V_{\text{sortie}} \propto |E|$

$$P(V_{\text{sortie}}=V) \propto \exp(-V^2/\langle V^2 \rangle) \text{ et } \int_0^\infty P(V) dV = 1$$

$$\Rightarrow P(V_{\text{sortie}}=V) = (2V/\langle V^2 \rangle) \exp(-V^2/\langle V^2 \rangle)$$

(distribution de Rayleigh = Gaussienne "redressée")

$$\Rightarrow \langle V \rangle = \int_0^\infty V P(V) dV = (\pi \langle V^2 \rangle / 4)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \sigma = (\langle V^2 \rangle - \langle V \rangle^2)^{1/2} = ((1-\pi/4)\langle V^2 \rangle)^{1/2} = 0.52 \langle V \rangle$$

*Détection quadratique* :  $V_{\text{sortie}} \propto |E^2| \propto S$

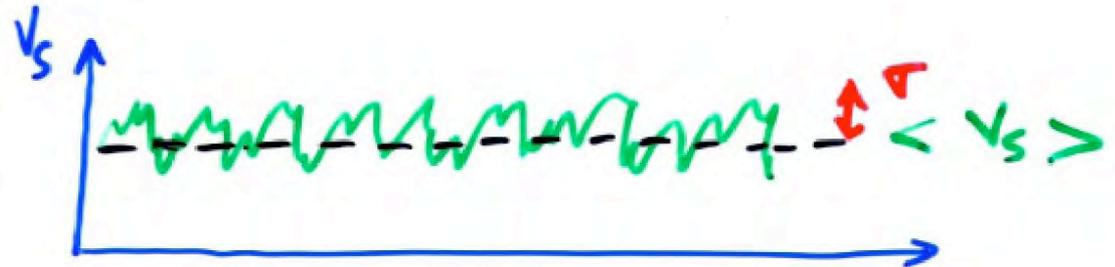
$$P(V_{\text{sortie}}=V) \propto \exp(-V/\langle V \rangle) \text{ et } \int_0^\infty P(V) dV = 1$$

$$\Rightarrow P(V_{\text{sortie}}=V) = (1/\langle V \rangle) \exp(-V/\langle V \rangle)$$

$$\langle V^2 \rangle = \int_0^\infty V^2 P(V) dV = 2 \langle V \rangle^2$$

$$\Rightarrow \sigma = [\langle V^2 \rangle - \langle V \rangle^2]^{1/2} = [2\langle V \rangle^2 - \langle V \rangle^2]^{1/2} = \langle V \rangle$$

⇒ dans les 2 cas :  $\sigma \propto \langle V_s \rangle$

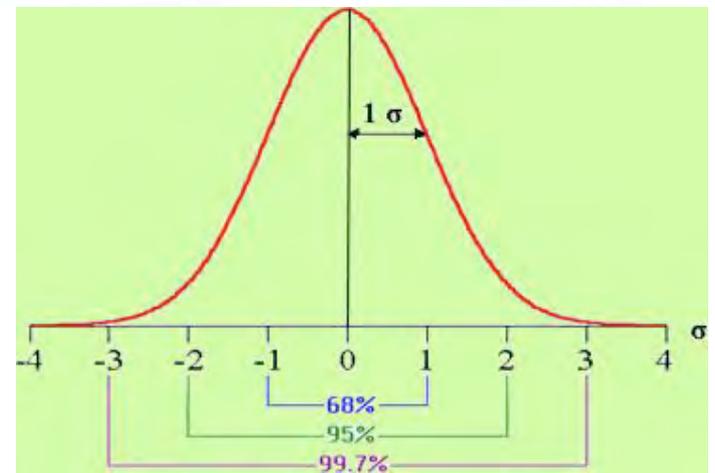


Pour une distribution gaussienne :

$$P(V_s = \langle V_s \rangle \pm 1\sigma) \sim 68\%$$

$$P(V_s = \langle V_s \rangle \pm 2\sigma) \sim 95\%$$

$$P(V_s = \langle V_s \rangle \pm 3\sigma) \sim 99.7\%$$



→ Réduction des fluctuations (donc de  $\sigma$ ) :

Soient  $A$  &  $B$ , 2 variables aléatoires indépendantes :

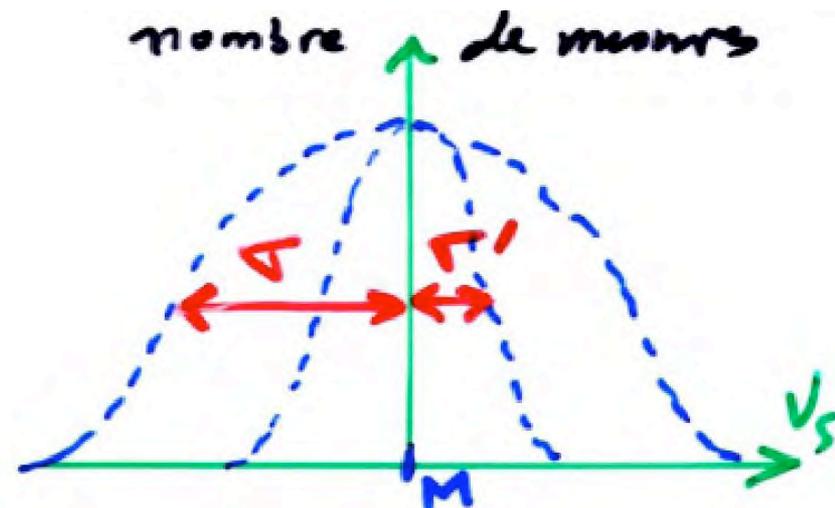
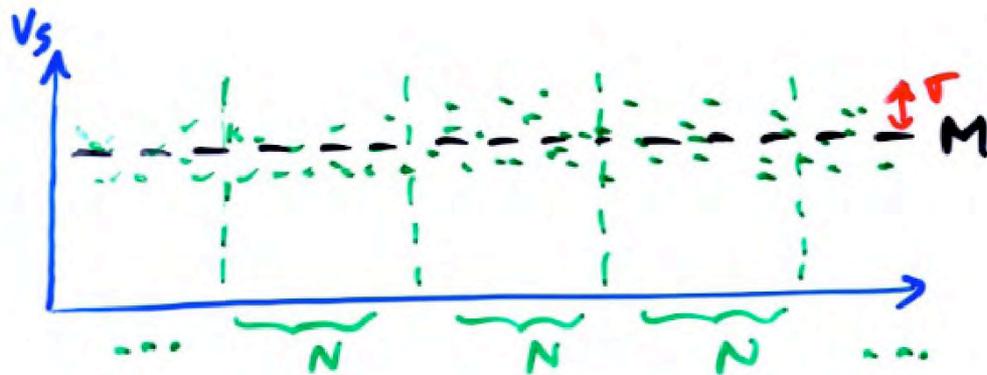
$$\begin{aligned}\sigma_A^2 &= \langle A - \langle A \rangle \rangle^2 & \sigma_B^2 &= \langle B - \langle B \rangle \rangle^2 \\ \Rightarrow \sigma_{A+B}^2 &= \langle A+B - \langle A+B \rangle \rangle^2 \\ &= \langle (A - \langle A \rangle) + (B - \langle B \rangle) \rangle^2 \\ &= \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + 2 \times \langle A - \langle A \rangle \rangle \times \langle B - \langle B \rangle \rangle \\ &= \sigma_A^2 + \sigma_B^2\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sigma_{(A+B)/2}^2 = (\sigma_A^2 + \sigma_B^2)/4$$

$$\begin{aligned}B = (1/N) \sum_{i=1, N} (A_i) & \Rightarrow \sigma_B^2 = \sum_{i=1, N} \sigma_A^2 / N^2 = \sigma_A^2 / N \\ & \Rightarrow \sigma_B = \sigma_A / \sqrt{N}\end{aligned}$$

Considérons un grand nombre de mesures indépendantes de  $V_s$ ,  
de moyenne  $M = \langle V_s \rangle$  et de dispersion  $\sigma$

Chaque mesure dure  $\delta t_0$  et est effectuée par un récepteur de bande  $\delta \nu_0$ .



Moyenne des mesures par groupes de  $N$  :

$\Rightarrow$  nouvelle distribution aléatoire de moyenne  $M$  et de dispersion  $\sigma' = \sigma/\sqrt{N}$

Moyenne des mesures de  $P$  récepteurs de bandes  $\delta \nu_0$  (identiques) disjointes :

$\Rightarrow$  fluctuations aléatoires indépendantes

$\Rightarrow$  nouvelle distribution aléatoire de moyenne  $M$  et de dispersion  $\sigma' = \sigma/\sqrt{P}$

or  $N \times \delta t_0 = \tau$  = temps d'intégration d'une mesure  
 $P \times \delta v_0 = b$  = bande passante totale d'une mesure

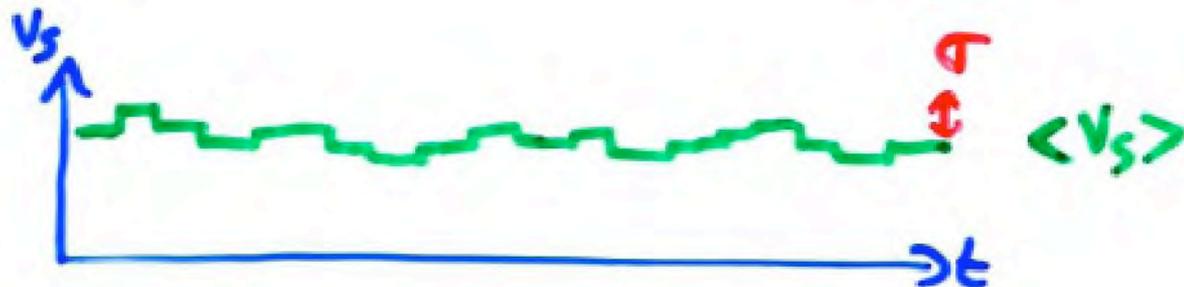
$\Rightarrow \sigma'(\tau, b) = \sigma(\delta t_0, \delta v_0) / (NP)^{1/2} = \sigma (\delta t_0 \times \delta v_0)^{1/2} / (b \times \tau)^{1/2}$   
et on a vu par ailleurs que :  $\sigma \propto M$

$\Rightarrow \sigma' \propto M / (b \times \tau)^{1/2}$  = mesure de l'incertitude sur la détermination de M

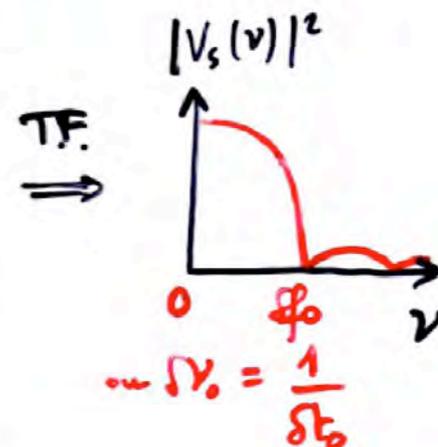
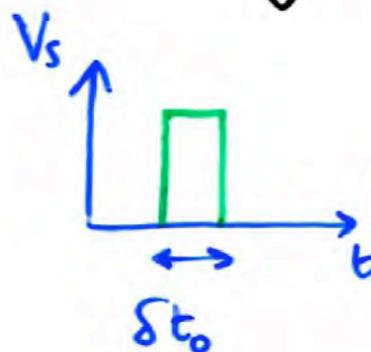
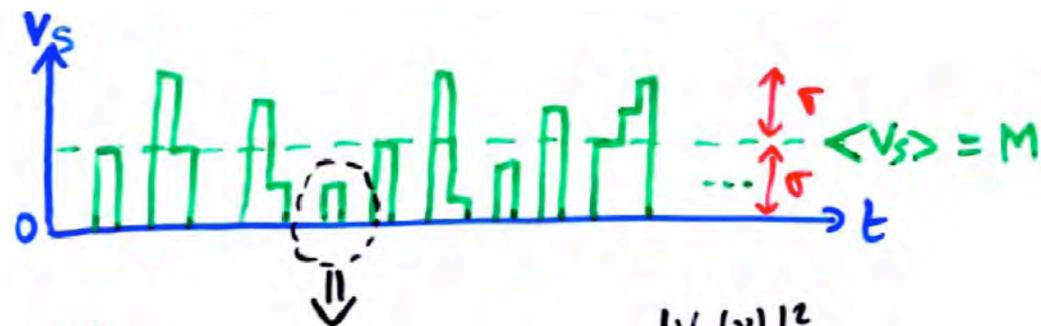
? Mesures indépendantes ?

Pour  $\tau$  fixé, les fluctuations stochastiques de  $V_s$  sont affectées de fluctuations telles que :  $\sigma \propto \tau^{-1/2}$

Si  $\tau$  est tel que  $\sigma \ll M$ , les mesures successives de  $V_s$  sont "corrélées" autour de M (par ex.  $P(V_s = \langle V_s \rangle \pm 1\sigma) \sim 68\%$ )  $\rightarrow$  non totalement indépendantes



- Quand  $\tau \downarrow, \sigma \uparrow \Rightarrow$  pour  $\tau$  suffisamment petit, on atteint :  $\sigma = M$   
 $\Rightarrow$  mesures souvent nulles, décorréelées 2 à 2  
 $\Rightarrow \tau = \delta t_0$



Considérons une impulsion de durée  $\delta t_0$  ( créneau de  $V_S(t)$  )  
le spectre de cette impulsion est :

$$\text{T.F.}(V_S(t)) = V_S(v) = 1/\delta t_0 \int V(t) \exp(-i\omega t) dt \propto \text{sinc}(\pi v \delta t_0)$$

$\rightarrow$  la partie utile du spectre est l'intervalle  $[0, \delta \nu_0 = 1/\delta t_0]$

auquel le récepteur doit être sensible pour détecter l'impulsion  $V_S(t)$

**NB :** De manière générale, pour une fonction quelconque,  
largeur spectrale "utile"  $\times$  longueur temporelle  $\approx 1$   
(ex:  $\sin \omega t \rightarrow$  largeur spectrale nulle et longueur temporelle  $\infty$ )

De même ici :  $\delta t_o \times \delta v_o \approx 1$

Donc pour un bruit blanc et des conditions d'observation telles que :  $\delta t_o \times \delta v_o \approx 1$ , les mesures successives constituent une suite de valeurs aléatoires, indépendantes, de moyenne M et de dispersion  $\sigma \approx M$

d'où :  $\sigma(b, \tau) = \sigma(\delta t_o, \delta v_o) (\delta t_o \times \delta v_o)^{1/2} / (b \times \tau)^{1/2} = M \times 1 / (b \times \tau)^{1/2}$   
 $\Rightarrow \sigma = M / \sqrt{(b\tau)}$

***NB** : Quand  $\tau \uparrow$ , les fluctuations diminuent mais on perd de la résolution temporelle, donc la sensibilité aux signaux rapidement variables (pulsars, sursauts de Jupiter...)*

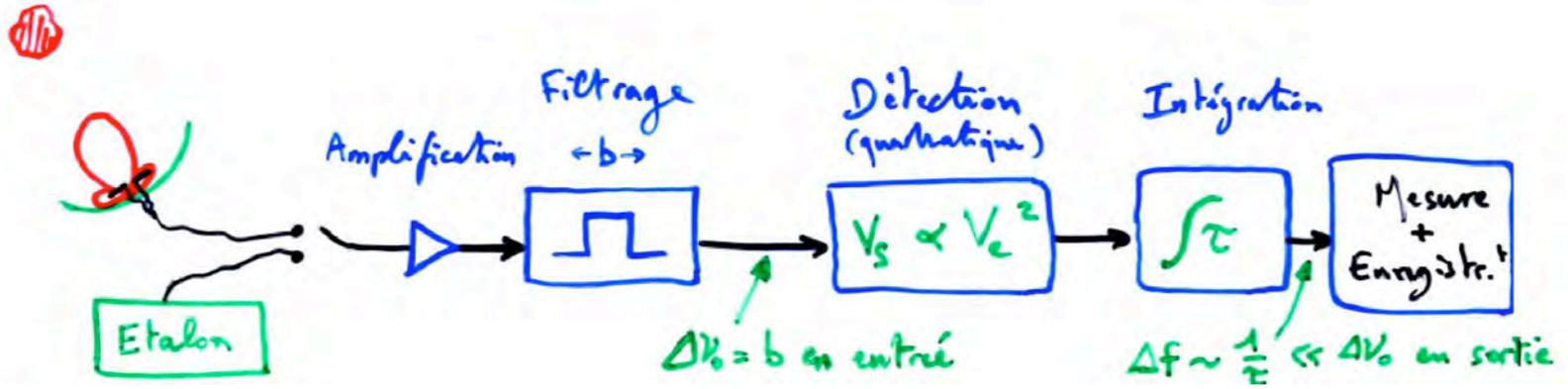
*Quand  $b \uparrow$ , les fluctuations diminuent mais on perd de la résolution spectrale, ce qui limite l'analyse fine de raies ( $H_I$ , OH...)  
et rend plus difficile l'élimination de parasites artificiels, généralement à bande étroite*

Une analyse plus détaillée (calcul complet difficile) montre que pour un système de détection quelconque, on a :

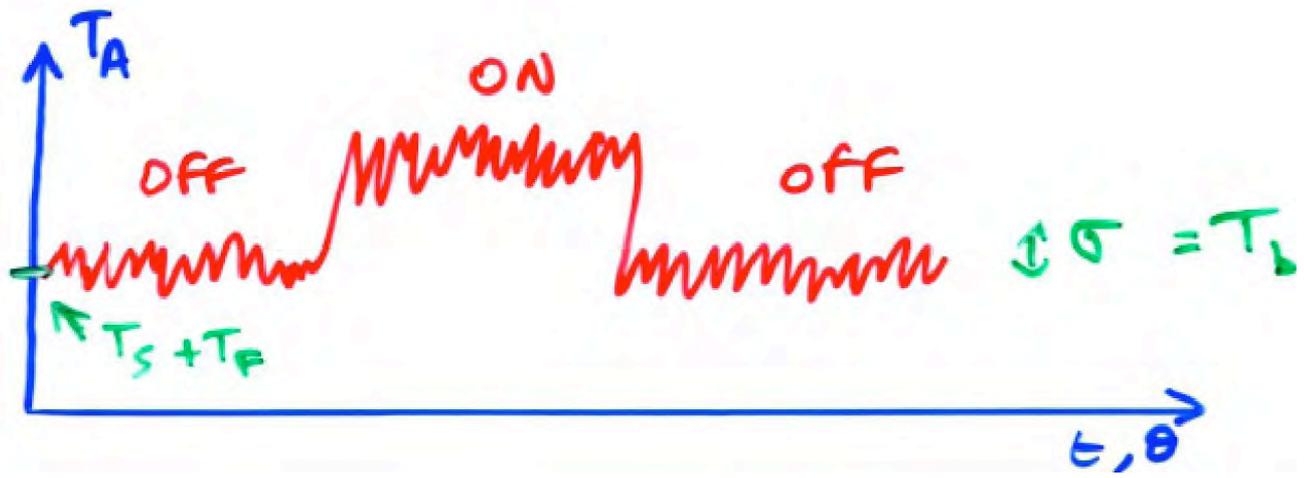
$$\sigma = k \times \langle V_s \rangle / \sqrt{(b\tau)} \quad \text{avec} \quad 1/\sqrt{2} \leq k \leq 2$$

- Température de Bruit & Flux minimum détectable

→ Mesure radioastronomique réaliste



$\sigma = (T_S + T_F) / \sqrt{(b\tau)} = T_b =$  définition de la "température de bruit"



⇒ condition de détection d'une radiosource sur le fond du ciel (+ bruit du système) :  
 $T_A(\text{source}) > n \times T_b$   
 avec  $n = 2$  à  $5$  suivant la fiabilité recherchée et la difficulté de la mesure

Définition du rapport Signal / Bruit :  $S / B = T_{A(\text{source})} / T_b$

De même, on définit :  $P_b = k T_b =$  "puissance de bruit"

et :  $S_b = 2 k T_b / A = 2 k (T_S + T_F) / A (b\tau)^{1/2} = S_{\min}$   
 densité de flux non polarisé minimum détectable ( $S/B=1$ )

Si le rayonnement de la source est polarisé  $\equiv$  antenne :  $S_{\min} = S_b / 2$

Exemple : Radiotélescope décimétrique de Nançay :

Réflecteur plan  $A_{\text{eff}} \approx (200 \times 35 \text{ m}^2) \times 0.8 \approx 5600 \text{ m}^2$

⇓

rendement antenne focale (adaptation, pertes)

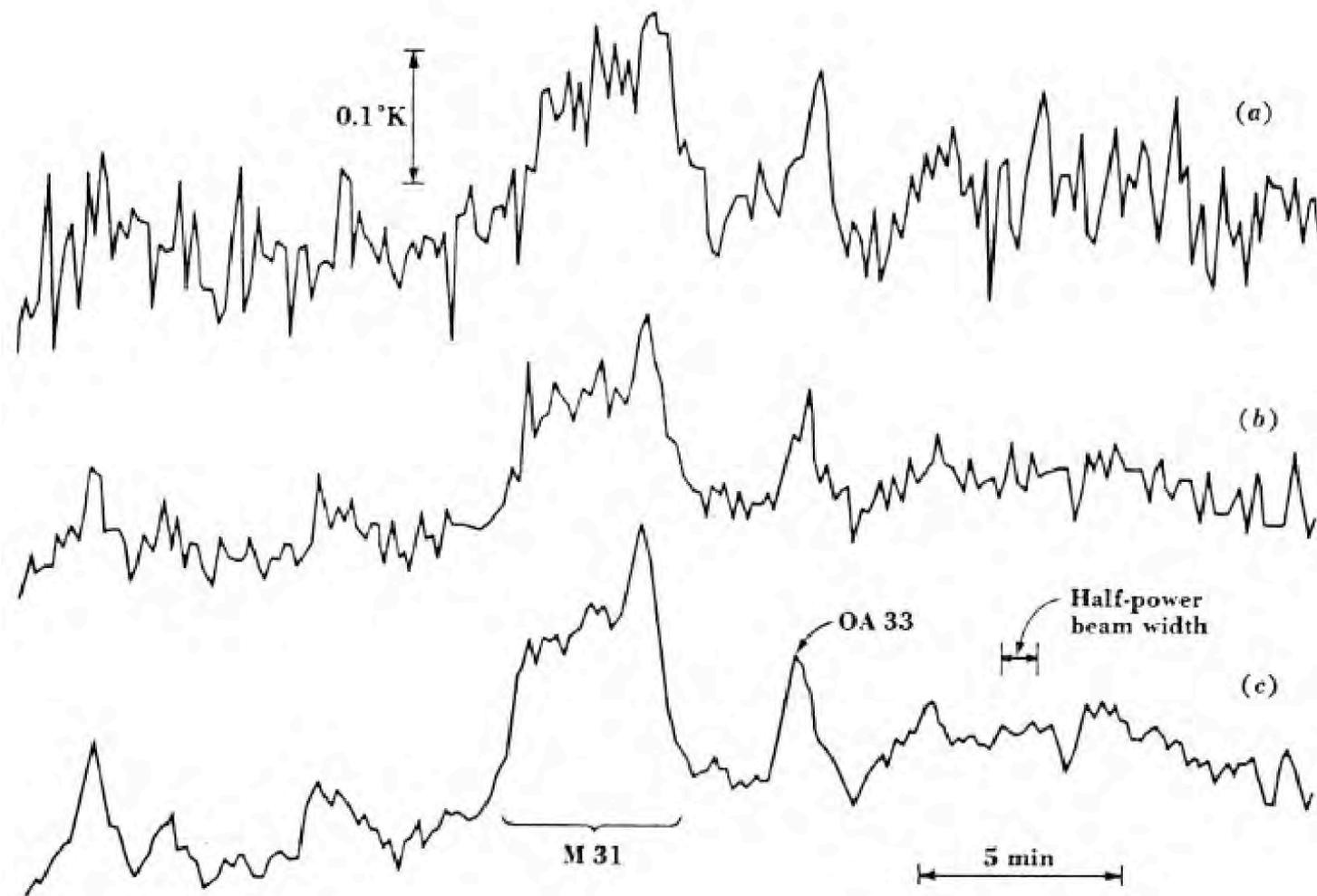
Observation à 1420 MHz ( $\lambda = 21.2 \text{ cm}$ ) avec  $b = 5 \text{ MHz}$ ,  $\tau = 10 \text{ s}$

$T_{\text{systeme}} = 125 \text{ K} \gg T_F$ , 1 polarisation détectée

⇒  $T_b$  (1 observation) =  $T_S / \sqrt{(b\tau)} = 0.018 \text{ K}$

(  $T_b$ ( $n$  mesures moyennées) =  $T_b$ (1 mesure) /  $\sqrt{n}$  )

$S_{\min} = 2 k T_S / A_{\text{eff}} \sqrt{(b\tau)} = 10^{-2} \text{ Jy}$



**Fig. 3-26.** Drift profiles through the nucleus of the Andromeda galaxy (M 31), made at 1,415 Mc with the Ohio State University 260-ft radio telescope, illustrating the reduction in noise fluctuation in going from one record (a) to the average of four records (b) and then to a threefold increase in integration time (c). In the bottom record M 31 stands out clearly with source OA 33 preceding it by several minutes.

→ Comment réduire  $T_S$  ?

- électronique à faible bruit

[  $\sim 1$  ,  $\sim 100$  MHz ]

$T_S \ll T_F \rightarrow$  amplis à transistors

+ électronique à grande dynamique

(pour ne pas saturer en présence de parasites)

[ 0.1 , 1 GHz ]

Transistors à effet de champ (FET - faible bruit)

[ 1 à quelques GHz ]

FET AsGa refroidis

[  $\leq 60 - 100$  GHz ]

High Electron Mobility Transistors (HEMT)

$\geq 100$  GHz

Plus d'amplification directe

→ on se ramène à +BF par (O.L. + mélangeur)

à faible bruit ( diodes SIS, Schottky ...)

- refroidissement des récepteurs

→ diminue le bruit de Nyquist, très important aux étages d'entrée, jusqu'à la première amplification

( $N_2$  liquide : 77 K, He liquide : 4 K)

⇒ progrès technologiques rapides : on approche des limites ultimes

$T_F = 2.7$  K et bruit de photon ( $h\nu = kT$ )