

Haute résolution angulaire Intéférométrie optique

Master 2 A&A : instruments et méthodes d'observations

3 novembre 2021

Raphaël Galicher
raphael.galicher @ obspm.fr

Plan

Interférences lumineuses

- Conditions

- Cohérence spatiale

- Cohérence temporelle

Interférométrie optique en astronomie

- Intérêt

- Multi-télescopes avec recombinaison co-axiale

- Multi-télescopes avec recombinaison multi-axiale

Interférométrie et turbulence

- Impact de la turbulence

- Méthodes passives et méthodes actives

 - Filtrage spatial avec fibre monomode ($D \sim r_0$)

 - Interférométrie de speckles ($D > r_0$)

- Exemples d'interféromètres optiques

Synthèse d'ouverture

Interférences lumineuses : conditions nécessaires

Source naturelle

Émission d'ondes lumineuses par atomes est aléatoire et non corrélée en

- fréquence (largeur de raie)
- phase (émission spontanée)
- polarisation

=> **Une paquet d'onde n'interfère qu'avec lui-même !**

Interféromètre crée deux sources fictives secondaires cohérentes à partir d'une source primaire (l'objet observé)

Condition supplémentaire 1 : si source primaire étendue, la visibilité des franges peut être faible => **cohérence spatiale**

Condition supplémentaire 2 : si source primaire spectralement large, visibilité des franges peut être faible => **cohérence temporelle**

Plan

Interférences lumineuses

Conditions

Cohérence spatiale

Cohérence temporelle

Interférométrie optique en astronomie

Intérêt

Multi-télescopes avec recombinaison co-axiale

Multi-télescopes avec recombinaison multi-axiale

Interférométrie et turbulence

Impact de la turbulence

Méthodes passives et méthodes actives

Filtrage spatial avec fibre monomode ($D \sim r_0$)

Interférométrie de speckles ($D > r_0$)

Exemples d'interféromètres optiques

Synthèse d'ouverture

Trous d'Young et source ponctuelle hors axe

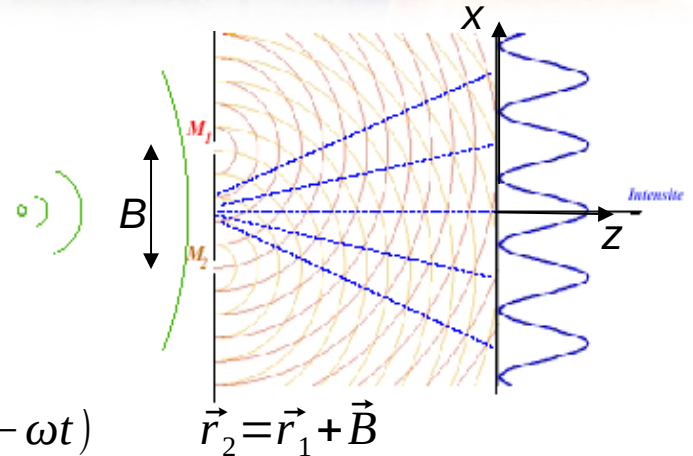
- 1 source ponctuelle à l'infini hors axe inclinée de α
- 2 trous petits devant leur séparation B
(diffraction négligée ici)

Champs incidents sur les trous :

$$E(M_1) = E_0 \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t)$$

$$E(M_2) = E_0 \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t)$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{B}$$



Trous d'Young et source ponctuelle hors axe

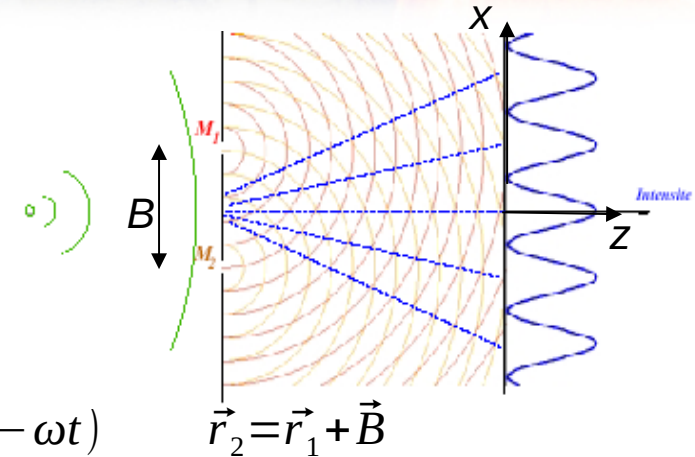
- 1 source ponctuelle à l'infini hors axe inclinée de α
- 2 trous petits devant leur séparation B
(diffraction négligée ici)

Champs incidents sur les trous :

$$E(M_1) = E_0 \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t) \quad E(M_2) = E_0 \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t)$$

Champs en M sur l'écran :

$$E(M) = \underbrace{E(M_1) \frac{\exp(i \vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_1))}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}}_{E_1} + \underbrace{E(M_2) \frac{\exp(i \vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_2))}{|\vec{r} - \vec{r}_2|}}_{E_2}$$



Trous d'Young et source ponctuelle hors axe

- 1 source ponctuelle à l'infini hors axe inclinée de α
- 2 trous petits devant leur séparation B
(diffraction négligée ici)

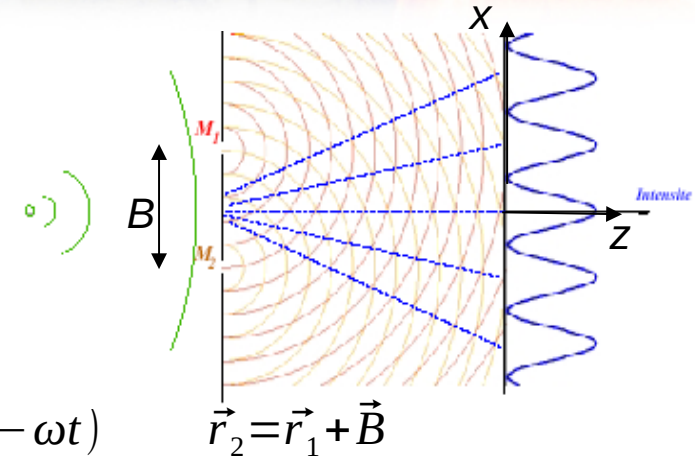
Champs incidents sur les trous :

$$E(M_1) = E_0 \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t) \quad E(M_2) = E_0 \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t)$$

Champs en M sur l'écran :

$$E(M) = \underbrace{E(M_1) \frac{\exp(i \vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_1))}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}}_{E_1} + \underbrace{E(M_2) \frac{\exp(i \vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_2))}{|\vec{r} - \vec{r}_2|}}_{E_2}$$

$$I(M) = \langle \Re(E_1)^2 \rangle + \langle \Re(E_2)^2 \rangle + 2 \Re(\langle E_1 E_2^* \rangle)$$



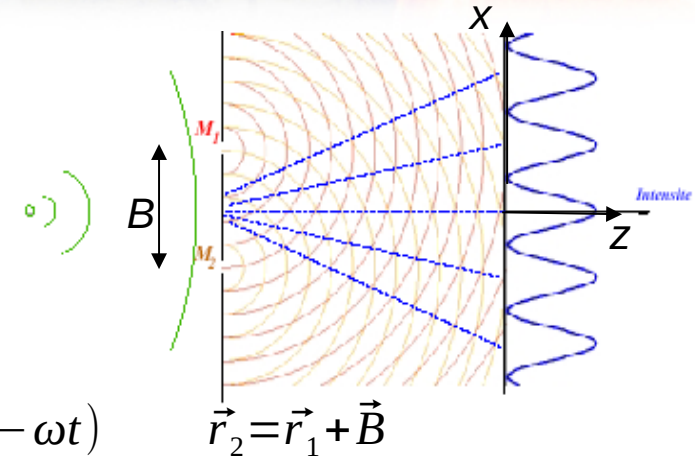
Trous d'Young et source ponctuelle hors axe

- 1 source ponctuelle à l'infini hors axe inclinée de α
- 2 trous petits devant leur séparation B
(diffraction négligée ici)

Champs incidents sur les trous :

$$E(M_1) = E_0 \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t)$$

$$E(M_2) = E_0 \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t)$$



Champs en M sur l'écran :

$$E(M) = \underbrace{E(M_1) \frac{\exp(i \vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_1))}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}}_{E_1} + \underbrace{E(M_2) \frac{\exp(i \vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_2))}{|\vec{r} - \vec{r}_2|}}_{E_2}$$

$$I(M) = \langle \Re(E_1)^2 \rangle + \langle \Re(E_2)^2 \rangle + 2 \Re(\langle E_1 E_2^* \rangle)$$

$$I(x, \vec{B}) \simeq 2 I_0 \left(1 + \Re \left(\exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\alpha} \cdot \vec{B} \right) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x B}{z} \right) \right) \right)$$

$$I_0 = \langle \Re(E_1)^2 \rangle = \langle \Re(E_2)^2 \rangle$$

Intensité totale
reçue de la source

Décalage des franges

Modulation spatiale (=franges)

4 novembre 2021

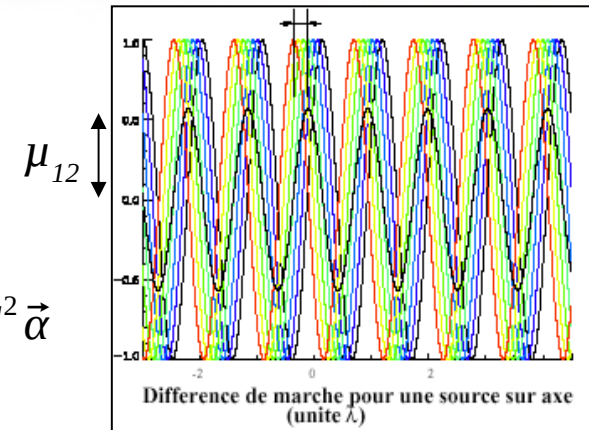
Raphaël Galicher

Trous d'Young et source étendue : cohérence spatiale

1 source étendue à l'infini = superposition de sources ponctuelles

Incohérence des sources => superposition des intensités

$$I(x, \vec{B}) \simeq \int_{source} 2 I_0^{source}(\vec{\alpha}) \left(1 + \Re \left(\exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\alpha} \cdot \vec{B} \right) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x B}{z} \right) \right) \right) d^2 \vec{\alpha}$$



Trous d'Young et source étendue : cohérence spatiale

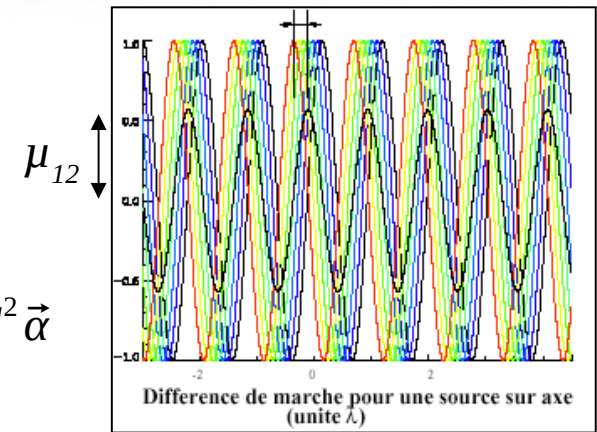
1 source étendue à l'infini = superposition de sources ponctuelles

Incohérence des sources => superposition des intensités

$$I(x, \vec{B}) \simeq \int_{source} 2 I_0^{source}(\vec{\alpha}) \left(1 + \Re \left(\exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\alpha} \cdot \vec{B} \right) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x B}{z} \right) \right) \right) d^2 \vec{\alpha}$$

$$I(x, \vec{B}) \simeq \left(\int_{source} 2 I_0^{source}(\vec{\alpha}) d^2 \vec{\alpha} \right) \left(1 + \Re \left(\mu_{12}(\vec{B}) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x B}{z} \right) \right) \right)$$

Intensité totale reçue
de la source par les trous



Modulation spatiale (=franges)

$$\mu_{12}(\vec{B}) = \frac{\int_{source} I_0^{source}(\vec{\alpha}) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\alpha} \cdot \vec{B} \right) d^2 \vec{\alpha}}{\int_{source} I_0^{source}(\vec{\alpha}) d^2 \vec{\alpha}}$$

Visibilité complexe des franges
dépend de la source !

Trous d'Young et source étendue : cohérence spatiale

1 source étendue à l'infini = superposition de sources ponctuelles

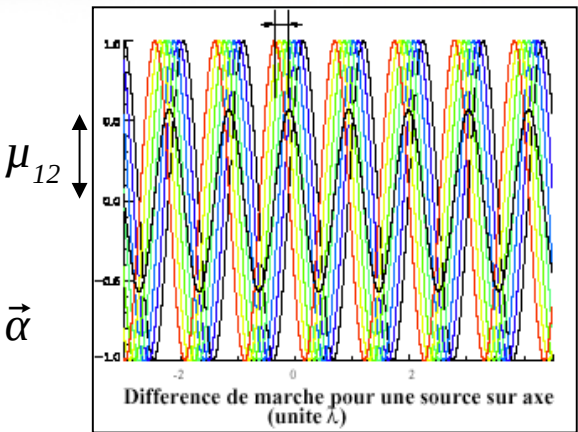
Incohérence des sources => superposition des intensités

$$I(x, \vec{B}) \simeq \int_{source} 2 I_0^{source}(\vec{\alpha}) \left(1 + \Re \left(\exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\alpha} \cdot \vec{B} \right) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x B}{z} \right) \right) \right) d^2 \vec{\alpha}$$

$$I(x, \vec{B}) \simeq \left(\int_{source} 2 I_0^{source}(\vec{\alpha}) d^2 \vec{\alpha} \right) \left(1 + \Re \left(\mu_{12}(\vec{B}) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x B}{z} \right) \right) \right)$$

Intensité totale reçue
de la source par les trous

Transformée de Fourier normalisée
de la distribution spatiale
d'intensité de la source
(Théorème Zernike – Van Cittert)



Modulation spatiale (=franges)

$$\mu_{12}(\vec{B}) = \frac{\int_{source} I_0^{source}(\vec{\alpha}) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\alpha} \cdot \vec{B} \right) d^2 \vec{\alpha}}{\int_{source} I_0^{source}(\vec{\alpha}) d^2 \vec{\alpha}}$$

Visibilité complexe des franges
dépend de la source !

Trous d'Young et source étendue : cohérence spatiale

1 source étendue à l'infini = superposition de sources ponctuelles

Incohérence des sources => superposition des intensités

$$I(x, \vec{B}) \simeq \int_{source} 2 I_0^{source}(\vec{\alpha}) \left(1 + \Re \left(\exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\alpha} \cdot \vec{B} \right) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x B}{z} \right) \right) \right) d^2 \vec{\alpha}$$

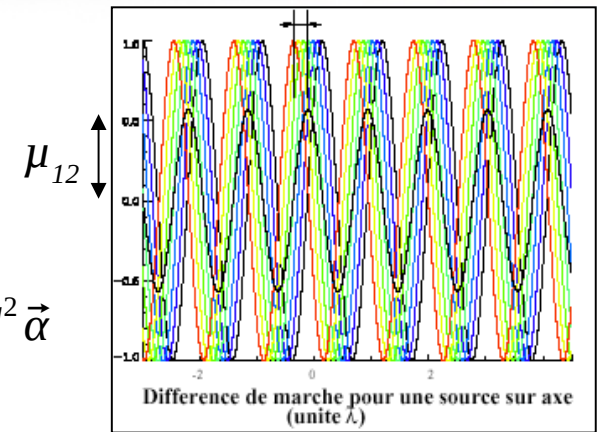
$$I(x, \vec{B}) \simeq \left(\int_{source} 2 I_0^{source}(\vec{\alpha}) d^2 \vec{\alpha} \right) \left(1 + \Re \left(\mu_{12}(\vec{B}) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x B}{z} \right) \right) \right)$$

Intensité totale reçue de la source par les trous

Transformée de Fourier normalisée de la distribution spatiale d'intensité de la source (Théorème Zernike – Van Cittert)

$$\mu_{12}(\vec{B}) = \frac{\int_{source} I_0^{source}(\vec{\alpha}) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\alpha} \cdot \vec{B} \right) d^2 \vec{\alpha}}{\int_{source} I_0^{source}(\vec{\alpha}) d^2 \vec{\alpha}}$$

Visibilité complexe des franges dépend de la source !



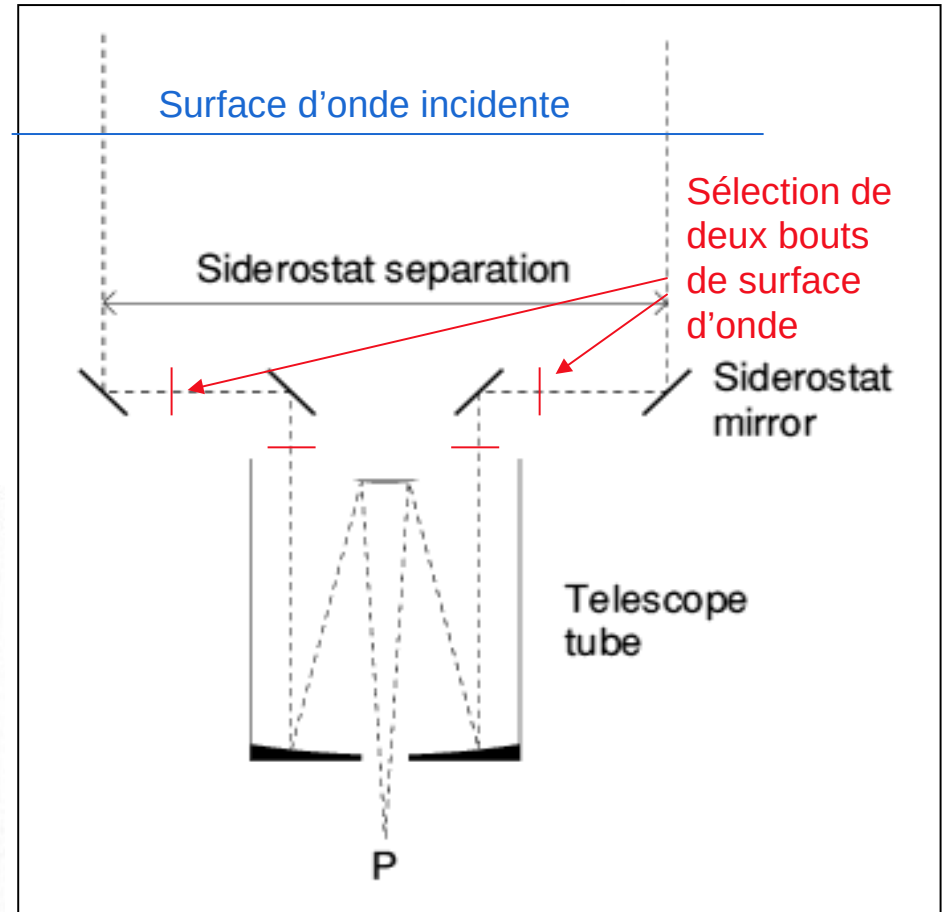
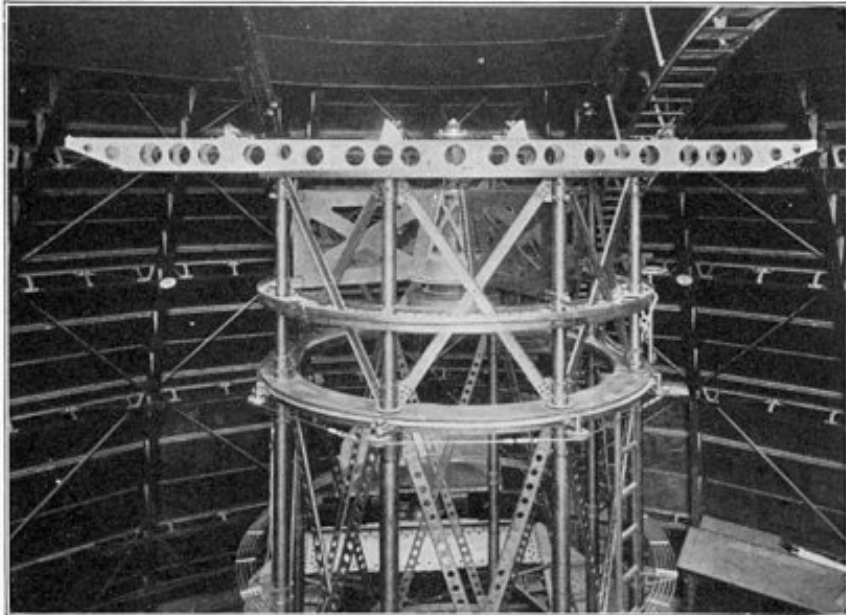
Modulation spatiale (=franges)

$$I(x, \vec{B}) \simeq 2 \left(\int_{source} I_0^{source}(\vec{\alpha}) d^2 \vec{\alpha} \right) \left(1 + |\mu_{12}(\vec{B})| \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x B}{z} + \Phi_{\mu_{12}}(\vec{B}) \right) \right)$$

Interféromètre stellaire de Michelson

- 1/ Sélection de deux parties de la surface d'onde provenant d'une source
- 2/ Recombinaison en configuration Fizeau (trous d'Young)

1ère mesure diamètre Bételgeuse en 1920



Interféromètre stellaire de Michelson et source étendue

Observation d'un objet étendu $O(\vec{\alpha}) = 2 I_0^{source}(\vec{\alpha})$

Spectre spatial de l'objet : $\tilde{O}(\vec{f}) = \underbrace{TF[O]}_{\text{Transformée de Fourier de } O \text{ calculée en } \vec{f}}(\vec{f}) = |\tilde{O}(\vec{f})| \exp(i \Phi_{\tilde{O}}(\vec{f}))$

$$\mu_{12}(\vec{B}) = \frac{\tilde{O}(\vec{B}/\lambda)}{\tilde{O}(\vec{0})}$$

Transformée de Fourier de O calculée en $\vec{f}$

Modulation spatiale (=franges)

Intensité dans la direction $\vec{\eta}$ sur l'écran

Hypothèse $D_{\text{tel}} \rightarrow +\infty$

$$I(\vec{\eta}, \vec{B}) = \tilde{O}(\vec{0}) + \left| \tilde{O}\left(\frac{\vec{B}}{\lambda}\right) \right| \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \vec{\eta} \cdot \vec{B} + \Phi_{\tilde{O}}\left(\frac{\vec{B}}{\lambda}\right)\right)$$

Interféromètre stellaire de Michelson et source étendue

Observation d'un objet étendu $O(\vec{\alpha}) = 2 I_0^{source}(\vec{\alpha})$

Spectre spatial de l'objet : $\tilde{O}(\vec{f}) = \underbrace{TF[O]}_{\text{Transformée de Fourier de } O \text{ calculée en } \vec{f}}(\vec{f}) = |\tilde{O}(\vec{f})| \exp(i \Phi_{\tilde{O}}(\vec{f}))$

$$\mu_{12}(\vec{B}) = \frac{\tilde{O}(\vec{B}/\lambda)}{\tilde{O}(\vec{0})}$$

Modulation spatiale (=franges)

Intensité dans la direction $\vec{\eta}$ sur l'écran

Hypothèse $D_{\text{tel}} \rightarrow +\infty$

$$I(\vec{\eta}, \vec{B}) = \tilde{O}(\vec{0}) + \left| \tilde{O}\left(\frac{\vec{B}}{\lambda}\right) \right| \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \vec{\eta} \cdot \vec{B} + \Phi_{\tilde{O}}\left(\frac{\vec{B}}{\lambda}\right)\right)$$

1) **Visibilité des franges** donne le **module du spectre spatial de l'objet** à la fréquence $\frac{\vec{B}}{\lambda}$

$$V(\vec{B}) = \frac{|\tilde{O}(\vec{B}/\lambda)|}{|\tilde{O}(\vec{0})|}$$

Visibilité s'annule quand $|\vec{B}|$ de l'ordre de la largeur de cohérence spatiale $\frac{\lambda}{\alpha_0}$
 α_0 = largeur angulaire de l'objet

2) **Position des franges** donne la **phase** $\Phi_{\tilde{O}}\left(\frac{\vec{B}}{\lambda}\right)$ **du spectre de l'objet**

Utilisation en astronomie

$$I(\vec{\eta}, \vec{B}) = \tilde{O}(\vec{0}) + \left| \tilde{O}\left(\frac{\vec{B}}{\lambda}\right) \right| \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \vec{\eta} \cdot \vec{B} + \Phi_{\tilde{O}}\left(\frac{\vec{B}}{\lambda}\right)\right)$$

1/ On mesure I pour plusieurs directions d'observations $\vec{\eta}$ et/ou plusieurs bases $\vec{B}$

2/ On ajuste un modèle d'objet aux données

Exemple : pour une étoile de diamètre angulaire fini α_0 , V s'annule en $B = 1,22 \frac{\lambda}{\alpha_0}$

Diamètre de Bételgeuse : mesure de Michelson

Chant, C, 1921, The Journal of the Royal Astronomical Society of Canada
« When [the mirrors] about 8-feet apart the fringes showed signs of change and when 10-feet apart they vanished. That is, the distance D was 10 feet or say 3000mm. The wavelength of the light was taken to be 0,000555mm. »

« The parallax of Betelgeuse is approximately $0''.018$. »

Quel est l'ordre de grandeur du diamètre angulaire de Bételgeuse et de son diamètre ?

Diamètre de Bételgeuse : mesure de Michelson

Chant, C, 1921, The Journal of the Royal Astronomical Society of Canada
« When [the mirrors] about 8-feet apart the fringes showed signs of change and when 10-feet apart they vanished. That is, the distance D was 10 feet or say 3000mm. The wavelength of the light was taken to be 0,000555mm. »

« The parallax of Betelgeuse is approximately $0''.018$. »

Quel est l'ordre de grandeur du diamètre angulaire de Bételgeuse et de son diamètre ?

$$\alpha_0 = 1,22 \frac{\lambda}{B} = 4,66 \cdot 10^{-2}''$$

$$D_0 = 1,22 \frac{\lambda}{B_p} = 2,59 \text{ ua} = 388 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Plan

Interférences lumineuses

Conditions

Cohérence spatiale

Cohérence temporelle

Interférométrie optique en astronomie

Intérêt

Multi-télescopes avec recombinaison co-axiale

Multi-télescopes avec recombinaison multi-axiale

Interférométrie et turbulence

Impact de la turbulence

Méthodes passives et méthodes actives

Filtrage spatial avec fibre monomode ($D \sim r_0$)

Interférométrie de speckles ($D > r_0$)

Exemples d'interféromètres optiques

Synthèse d'ouverture

Trous d'Young et source ponctuelle hors axe

1 source ponctuelle à l'infini sur axe optique

Interférences à deux ondes avec une différence de marche δ

Monochromatique :
$$I(\delta, \lambda) \simeq 2 I_0^{source}(\lambda) + \Re \left(2 I_0^{source}(\lambda) \exp \left(i \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) \right)$$

Trous d'Young et source ponctuelle hors axe

1 source ponctuelle à l'infini sur axe optique

Interférences à deux ondes avec une différence de marche δ

Monochromatique :
$$I(\delta, \lambda) \simeq 2 I_0^{source}(\lambda) + \Re \left(2 I_0^{source}(\lambda) \exp \left(i \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) \right)$$

Polychromatique :
$$I(\delta) \simeq \int_{\Delta\lambda} 2 I_0^{source}(\lambda) + \Re \left(2 I_0^{source}(\lambda) \exp \left(i \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) \right) d\lambda$$

Trous d'Young et source ponctuelle hors axe

1 source ponctuelle à l'infini sur axe optique

Interférences à deux ondes avec une différence de marche δ

Monochromatique :
$$I(\delta, \lambda) \simeq 2 I_0^{source}(\lambda) + \Re \left(2 I_0^{source}(\lambda) \exp \left(i \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) \right)$$

Polychromatique :
$$I(\delta) \simeq \int_{\Delta\lambda} 2 I_0^{source}(\lambda) + \Re \left(2 I_0^{source}(\lambda) \exp \left(i \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) \right) d\lambda$$

avec $\sigma = 1/\lambda$
$$I(\delta) \simeq \int_{\Delta\sigma} 2 I_0^{source}(\sigma) + \Re \left(2 I_0^{source}(\sigma) \exp (i 2\pi \sigma \delta) \right) d\sigma$$

Trous d'Young et source ponctuelle hors axe

1 source ponctuelle à l'infini sur axe optique

Interférences à deux ondes avec une différence de marche δ

Monochromatique :
$$I(\delta, \lambda) \simeq 2 I_0^{source}(\lambda) + \Re \left(2 I_0^{source}(\lambda) \exp \left(i \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) \right)$$

Polychromatique :
$$I(\delta) \simeq \int_{\Delta\lambda} 2 I_0^{source}(\lambda) + \Re \left(2 I_0^{source}(\lambda) \exp \left(i \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) \right) d\lambda$$

avec $\sigma = 1/\lambda$
$$I(\delta) \simeq \int_{\Delta\sigma} 2 I_0^{source}(\sigma) + \Re \left(2 I_0^{source}(\sigma) \exp(i 2\pi \sigma \delta) \right) d\sigma$$

$$I(\delta) \simeq 2 \left(\int_{\Delta\sigma} I_0^{source}(\sigma) d\sigma \right) \left[1 + |\gamma_{12}(\delta)| \cos(\Phi_{\gamma_{12}}(\delta)) \right]$$

$$\gamma_{12}(\delta) = \frac{\int_{\Delta\sigma} I_0^{source}(\sigma) \exp(i 2\pi \sigma \delta) d\sigma}{\int_{\Delta\sigma} I_0^{source}(\sigma) d\sigma}$$

Trous d'Young et source ponctuelle hors axe

1 source ponctuelle à l'infini sur axe optique

Interférences à deux ondes avec une différence de marche δ

Monochromatique :
$$I(\delta, \lambda) \simeq 2 I_0^{source}(\lambda) + \Re \left(2 I_0^{source}(\lambda) \exp \left(i \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) \right)$$

Polychromatique :
$$I(\delta) \simeq \int_{\Delta\lambda} 2 I_0^{source}(\lambda) + \Re \left(2 I_0^{source}(\lambda) \exp \left(i \frac{2\pi \delta}{\lambda} \right) \right) d\lambda$$

avec $\sigma = 1/\lambda$
$$I(\delta) \simeq \int_{\Delta\sigma} 2 I_0^{source}(\sigma) + \Re \left(2 I_0^{source}(\sigma) \exp(i 2\pi \sigma \delta) \right) d\sigma$$

$$I(\delta) \simeq 2 \left(\int_{\Delta\sigma} I_0^{source}(\sigma) d\sigma \right) \left[1 + |\gamma_{12}(\delta)| \cos(\Phi_{\gamma_{12}}(\delta)) \right]$$

Modulation spatiale

Intensité totale
reçue de la source

Degré de cohérence mutuelle
(ou temporelle) complexe

= Visibilité complexe des franges

$$\gamma_{12}(\delta) = \frac{\int_{\Delta\sigma} I_0^{source}(\sigma) \exp(i 2\pi \sigma \delta) d\sigma}{\int_{\Delta\sigma} I_0^{source}(\sigma) d\sigma}$$

Transformée de Fourier normalisée
du spectre de la source

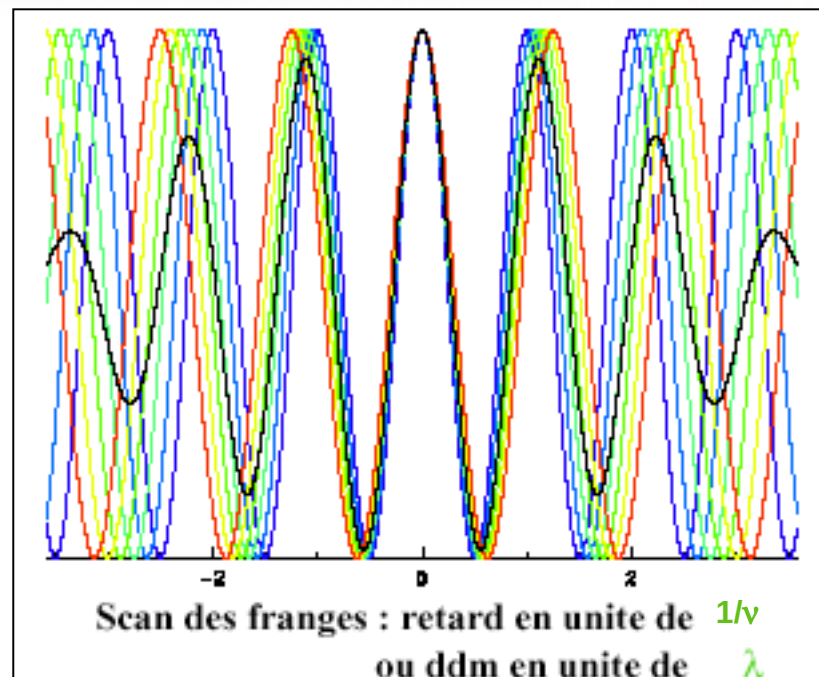
Cohérence temporelle

$$I(\delta) \simeq 2 \left(\int_{\Delta\sigma} I_0^{source}(\sigma) d\sigma \right) \left[1 + |\gamma_{12}(\delta)| \cos(\Phi_{\gamma_{12}}(\delta)) \right]$$

Visibilité = 1 quand $\delta = 0$ (**frange blanche**)

Visibilité $\rightarrow 0$ quand $\delta \geq l_c = \frac{1}{\Delta\sigma} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

Longueur de cohérence temporelle de la source



Calculer la longueur de cohérence de la lumière reçue
d'une étoile de spectre plat, observée dans le visible ?

← l_c →

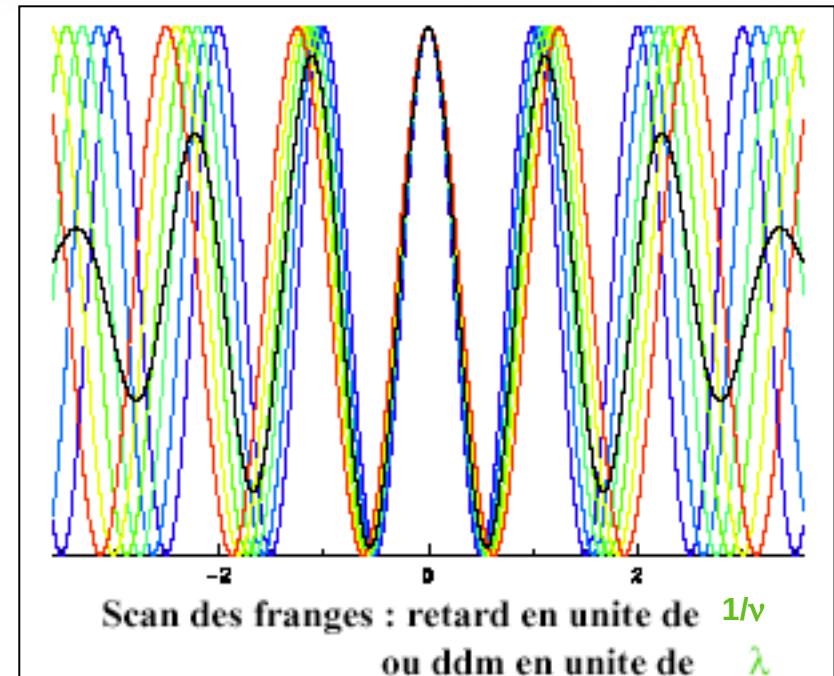
Cohérence temporelle

$$I(\delta) \simeq 2 \left(\int_{\Delta\sigma} I_0^{source}(\sigma) d\sigma \right) \left[1 + |\gamma_{12}(\delta)| \cos(\Phi_{\gamma_{12}}(\delta)) \right]$$

Visibilité = 1 quand $\delta = 0$ (**frange blanche**)

Visibilité $\rightarrow 0$ quand $\delta \geq l_c = \frac{1}{\Delta\sigma} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

Longueur de cohérence temporelle de la source



Calculer la longueur de cohérence de la lumière reçue
d'une étoile de spectre plat, observée dans le visible ?

$$l_c = \frac{0,6^2}{0,4} = 0,9 \mu m \quad \rightarrow \text{contrôle de la différence de marche à } 1 \mu m \text{ près !}$$

Utilisation en astronomie

Modulation spatiale

$$I(\delta) \simeq 2 \left(\int_{\Delta\sigma} I_0^{source}(\sigma) d\sigma \right) \left[1 + |\gamma_{12}(\delta)| \cos(\Phi_{\gamma_{12}}(\delta)) \right]$$

Degré de cohérence mutuelle
(ou temporelle) complexe

Spectrométrie par transformée de Fourier

- 1/ On mesure I pour plusieurs différences de marche δ
- 2/ La transformée de Fourier de I fournit le spectre de la source observée

Conclusion : cohérence spatiale et cohérence temporelle

Cohérence spatiale

=> Distribution spatiale d'intensité de la source

$$\mu_{12}(\vec{B}) = \frac{\int_{\text{source}} I_0^{\text{source}}(\vec{\alpha}) \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\alpha} \cdot \vec{B}\right) d^2 \vec{\alpha}}{\int_{\text{source}} I_0^{\text{source}}(\vec{\alpha}) d^2 \vec{\alpha}}$$

Cohérence temporelle

=> Spectre de la source

$$\gamma_{12}(\delta) = \frac{\int_{\Delta\sigma} I_0^{\text{source}}(\sigma) \exp(i 2\pi \sigma \delta) d\sigma}{\int_{\Delta\sigma} I_0^{\text{source}}(\sigma) d\sigma}$$

Plan

Interférences lumineuses

Conditions

Cohérence spatiale

Cohérence temporelle

Interférométrie optique en astronomie

Intérêt

Multi-télescopes avec recombinaison co-axiale

Multi-télescopes avec recombinaison multi-axiale

Interférométrie et turbulence

Impact de la turbulence

Méthodes passives et méthodes actives

Filtrage spatial avec fibre monomode ($D \sim r_0$)

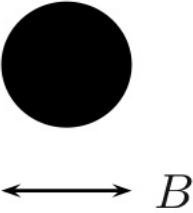
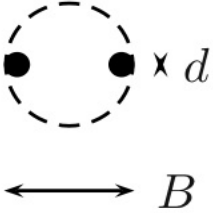
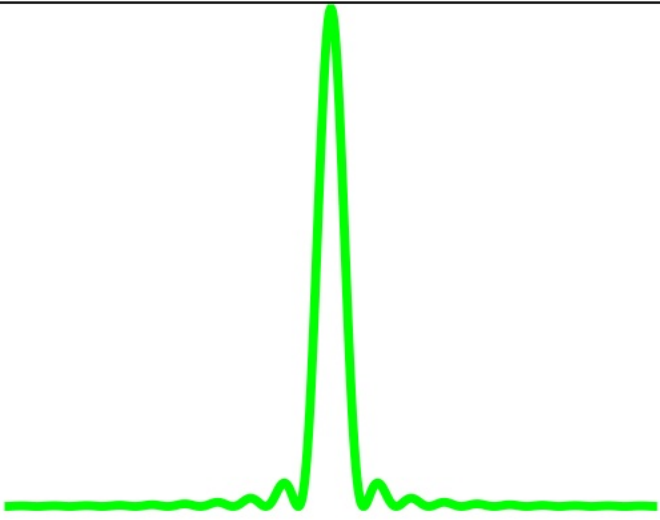
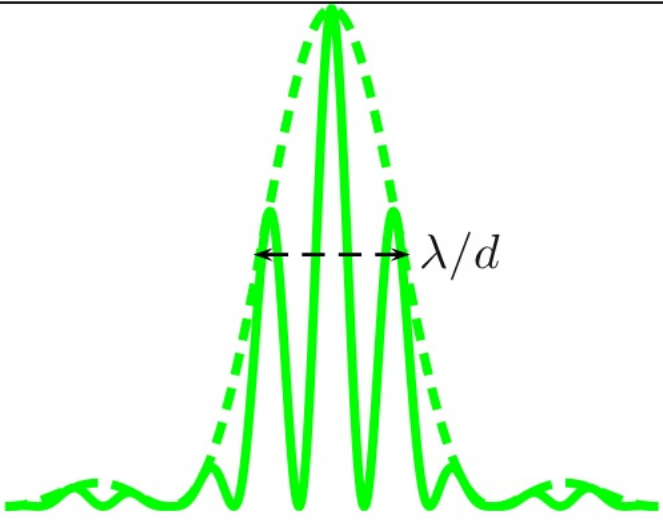
Interférométrie de speckles ($D > r_0$)

Exemples d'interféromètres optiques

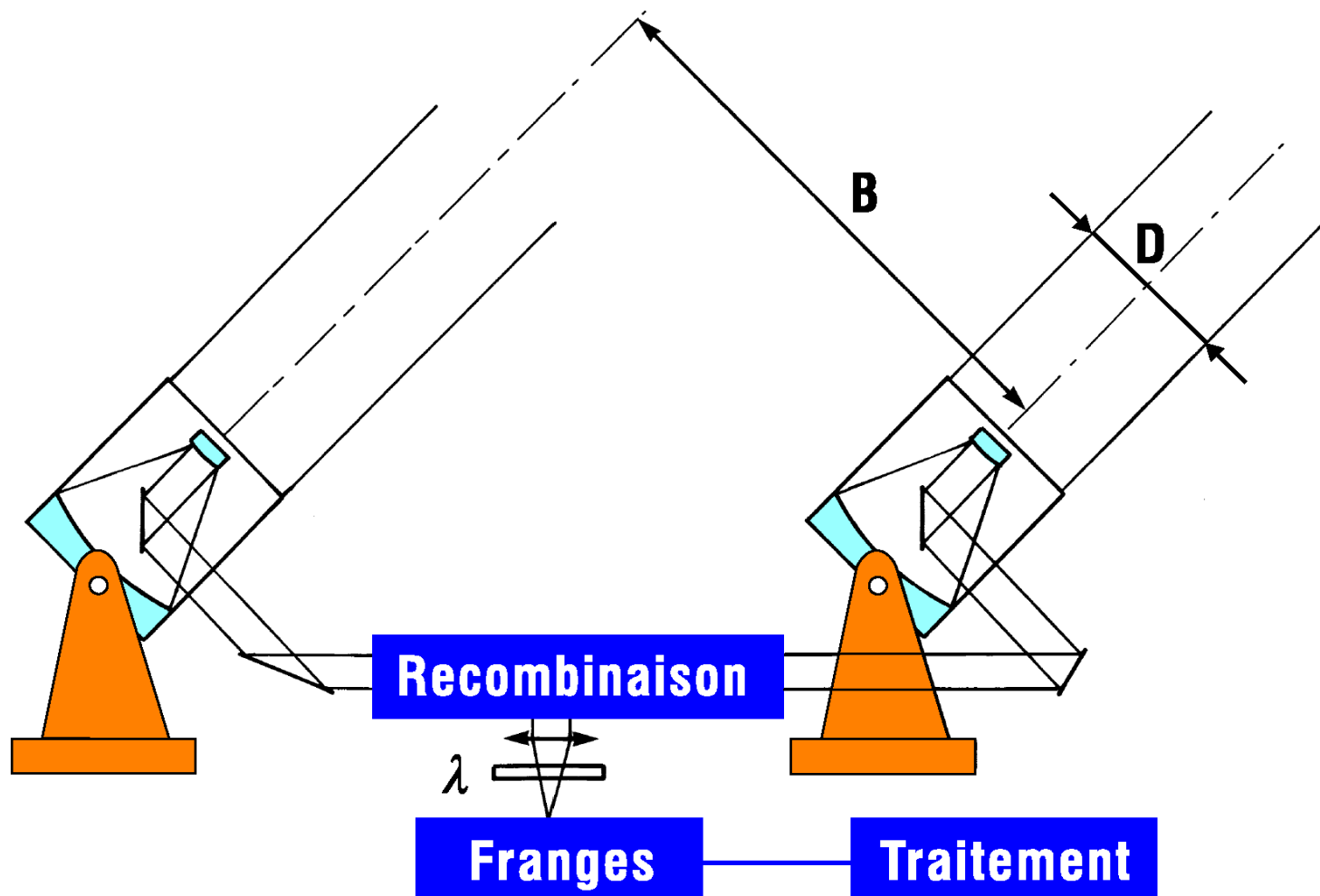
Synthèse d'ouverture

Interférométrie optique en haute résolution angulaire

Haute résolution angulaire avec de petits télescopes

Pupille	Monolithique 	À 2 télescopes 
Réponse impulsionnelle		
Résolution	$\longleftrightarrow \lambda/B$	$\longleftrightarrow \lambda/B$

Interférométrie optique multi-télescopes (Labeyrie 1974)



Recombinaison co-axiale

Interféromètre du type Mach-Zender

Modulation temporelle de l'intensité

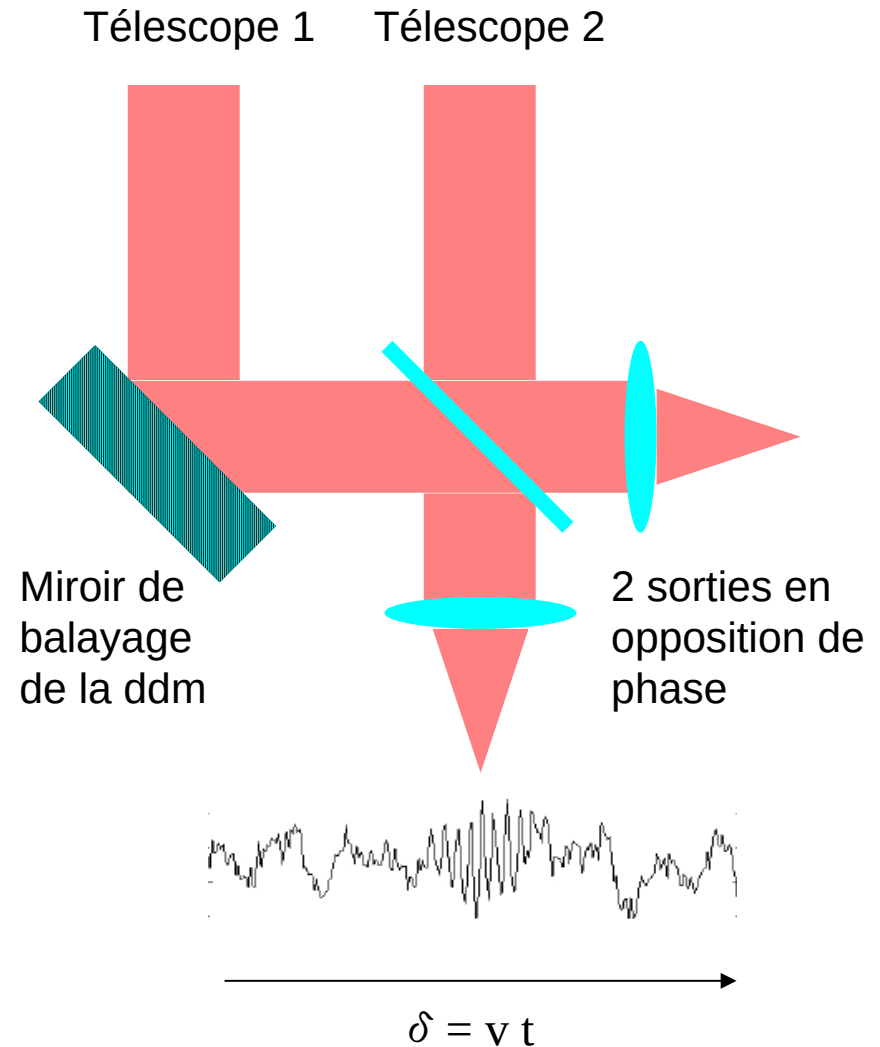
Intensité sur l'axe sur un mono-détecteur en fonction du temps en faisant varier δ

$\delta = v t$ avec $v =$ vitesse de balayage

$$I(t) = 2 I_0 [1 \pm \cos(2 \pi \sigma v t)]$$

(déphasage de π entre les deux sorties)

Ici : recombinaison des télescopes par paire



Recombinaison multi-axiale

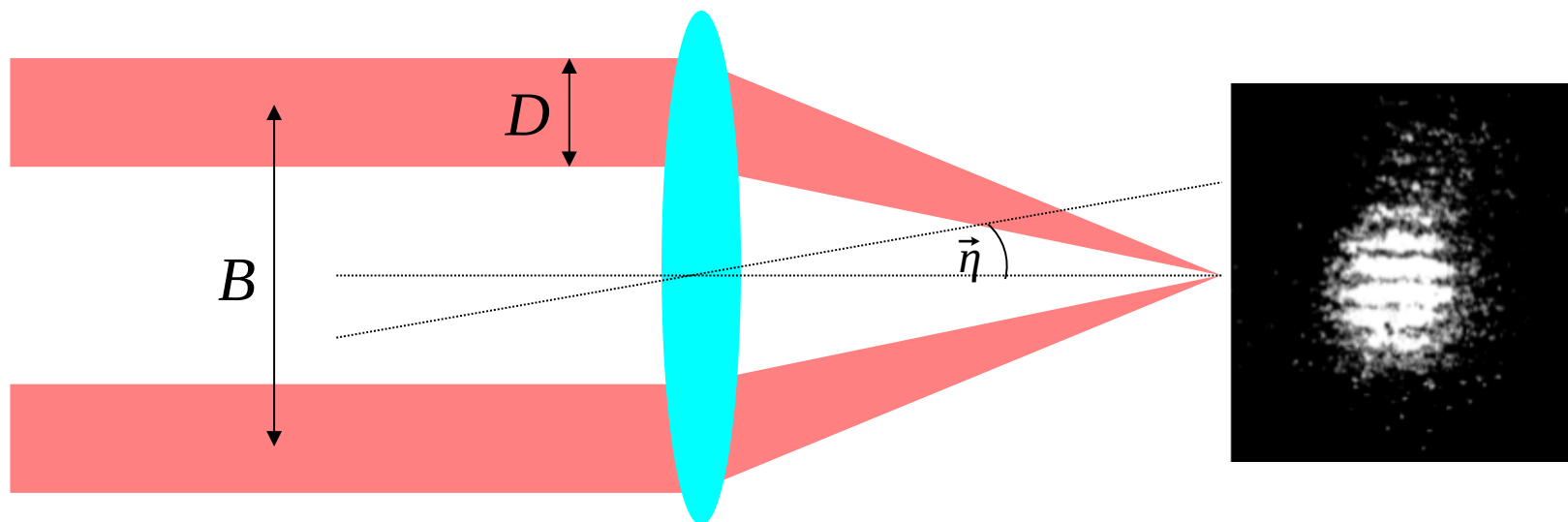
Interféromètre du type trous d'Young

Modulation spatiale de l'intensité

$$\delta = \vec{\eta} \cdot \vec{B} (+Cte)$$

Franges modulent la tache de diffraction d'une sous pupille

$$I(\vec{\eta}, \vec{B}) = 2 I_D(\vec{\eta}) \left[1 + V \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \vec{\eta} \cdot \vec{B} + \Phi \right) \right] \quad \text{avec } I_D(\vec{\eta}) \text{ la diffraction par une sous-pupille}$$



Plan

Interférences lumineuses

Conditions

Cohérence spatiale

Cohérence temporelle

Interférométrie optique en astronomie

Intérêt

Multi-télescopes avec recombinaison co-axiale

Multi-télescopes avec recombinaison multi-axiale

Interférométrie et turbulence

Impact de la turbulence

Méthodes passives et méthodes actives

Filtrage spatial avec fibre monomode ($D \sim r_0$)

Interférométrie de speckles ($D > r_0$)

Exemples d'interféromètres optiques

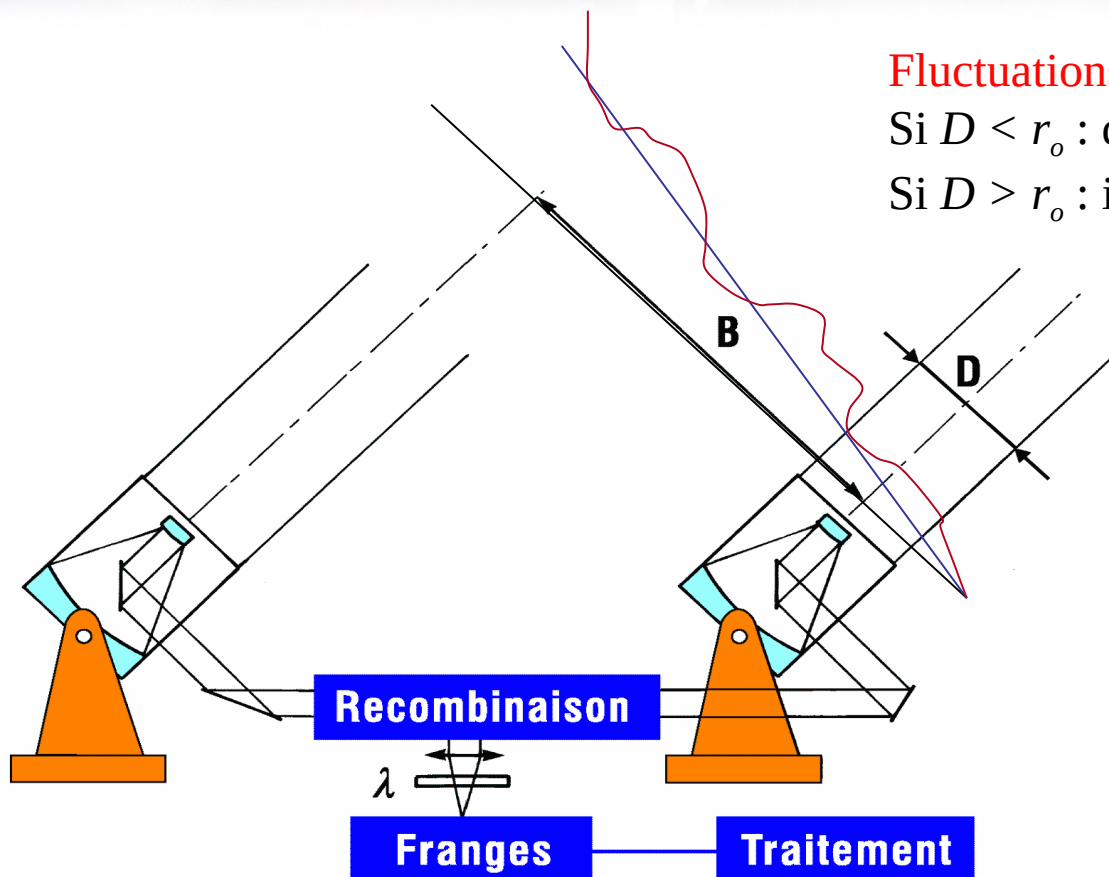
Synthèse d'ouverture

Interférométrie optique et turbulence atmosphérique

Fluctuations de la surface d'onde :

Si $D < r_o$: déphasage (piston) + basculement

Si $D > r_o$: idem + Zernike de hauts ordres



Temps de pose infini
à l'ordre 0 :
→ Franges brouillées !

$$I(\vec{\eta}, \vec{B}, t) = 2I_{turb}(\vec{\eta}, t) \left[1 + V \cos \left(\frac{2\pi \delta(\vec{\eta}, \vec{B})}{\lambda} + \Phi_{turb}(\vec{\eta}, \vec{B}, t) \right) \right] \Rightarrow I(\vec{\eta}, \vec{B}) = \langle I(\vec{\eta}, \vec{B}, t) \rangle_t = 2I_{turb}(\vec{\eta})$$

Fonction de transfert de l'interféromètre

Hypothèse : pas de piston variable entre les deux télescopes de même pupille $P(\vec{\rho})$

Télescope 1 : phase = Φ_1 Télescope 2 : phase = Φ_2

Pupille de l'interféromètre : $\overbrace{P(\vec{\rho}) \exp(i \Phi_1(\vec{\rho}, t))} + \overbrace{P(\vec{\rho} + \vec{B}) \exp(i \Phi_2(\vec{\rho} + \vec{B}, t))}$

Fonction de transfert de l'interféromètre

Hypothèse : pas de piston variable entre les deux télescopes de même pupille $P(\vec{\rho})$

Télescope 1 : phase = Φ_1 Télescope 2 : phase = Φ_2

Pupille de l'interféromètre : $\overbrace{P(\vec{\rho}) \exp(i \Phi_1(\vec{\rho}, t))} + \overbrace{P(\vec{\rho} + \vec{B}) \exp(i \Phi_2(\vec{\rho} + \vec{B}, t))}$

Fonction de transfert de l'interféromètre = autocorrélation du champ pupillaire

$$\tilde{S}(\vec{f}, t) = \frac{1}{S} \iint_{\mathbb{R}^2} \left[P(\vec{\rho}) \exp(i \Phi_1(\vec{\rho}, t)) + P(\vec{\rho} + \vec{B}) \exp(i \Phi_2(\vec{\rho} + \vec{B}, t)) \right] \\ \left[P(\vec{\rho} + \lambda \vec{f}) \exp(-i \Phi_1(\vec{\rho} + \lambda \vec{f}, t)) + P(\vec{\rho} + \vec{B} + \lambda \vec{f}) \exp(-i \Phi_2(\vec{\rho} + \vec{B} + \lambda \vec{f}, t)) \right] d^2 \vec{\rho}$$

Fonction de transfert de l'interféromètre

Hypothèse : pas de piston variable entre les deux télescopes de même pupille $P(\vec{\rho})$

Télescope 1 : phase = Φ_1 Télescope 2 : phase = Φ_2

Pupille de l'interféromètre : $\overbrace{P(\vec{\rho}) \exp(i\Phi_1(\vec{\rho}, t))} + \overbrace{P(\vec{\rho} + \vec{B}) \exp(i\Phi_2(\vec{\rho} + \vec{B}, t))}$

Fonction de transfert de l'interféromètre = autocorrélation du champ pupillaire

$$\tilde{S}(\vec{f}, t) = \frac{1}{S} \iint_{\mathbb{R}^2} \left[P(\vec{\rho}) \exp(i\Phi_1(\vec{\rho}, t)) + P(\vec{\rho} + \vec{B}) \exp(i\Phi_2(\vec{\rho} + \vec{B}, t)) \right] \\ \left[P(\vec{\rho} + \lambda \vec{f}) \exp(-i\Phi_1(\vec{\rho} + \lambda \vec{f}, t)) + P(\vec{\rho} + \vec{B} + \lambda \vec{f}) \exp(-i\Phi_2(\vec{\rho} + \vec{B} + \lambda \vec{f}, t)) \right] d^2 \vec{\rho}$$

Fonction de transfert du télescope

**Fonction de structure
de la turbulence**

En longue pose, les **3 termes** de $\langle \tilde{S}(\vec{f}) \rangle$

- Autour de $\vec{f} = \vec{0}$ $\frac{1}{2} \tilde{t}(\vec{f}) \left[\exp\left(-\frac{1}{2} D_{\Phi_1}(\lambda \vec{f})\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} D_{\Phi_2}(\lambda \vec{f})\right) \right]$
- Autour de $\vec{f} = -\vec{B}/\lambda$ $\frac{1}{2S} \iint_{\mathbb{R}^2} \langle \exp(i(\Phi_1(\vec{\rho}, t) - \Phi_2(\vec{\rho} + \vec{B} + \lambda \vec{f}, t))) \rangle P(\vec{\rho}) P^*(\vec{\rho} + \vec{B} + \lambda \vec{f}) d^2 \vec{\rho}$
- Autour de $\vec{f} = \vec{B}/\lambda$ $\frac{1}{2S} \iint_{\mathbb{R}^2} \langle \exp(i(\Phi_1(\vec{\rho} + \vec{B}, t) - \Phi_2(\vec{\rho} + \lambda \vec{f}, t))) \rangle P(\vec{\rho} + \vec{B}) P^*(\vec{\rho} + \lambda \vec{f}) d^2 \vec{\rho}$

Perte de visibilité (hors piston)

Si $B > r_0$, on suppose Φ_1 et Φ_2 décorréliées et gaussiennes

σ_Φ^2 = variance spatiale de Φ sur la pupille de chaque télescope

$$\tilde{S}(\vec{f}) = \tilde{t}(\vec{f}) \exp\left(-\frac{1}{2} D_\Phi(\lambda \vec{f})\right) + \exp\left(-\frac{\sigma_\Phi^2}{2}\right) [\tilde{t}(\vec{f} - \vec{B}/\lambda) + \tilde{t}(\vec{f} + \vec{B}/\lambda)]$$

FTO de l'interféromètre

Pic autour de $\vec{f} = \vec{0}$

Pic autour de $\vec{f} = \vec{B}/\lambda$

Pic autour de $\vec{f} = -\vec{B}/\lambda$

Visibilité est multipliée par un terme ≤ 1 , l'énergie cohérente $\Rightarrow$ perte de visibilité

σ_Φ^2 fixée par la performance de l'OA (si OA) ou par la turbulence

si σ_Φ^2 est grand

$$E_c = \exp\left(-\frac{\sigma_\Phi^2}{2}\right) < SR$$

Perte de visibilité due au piston

S'il existe un piston différentiel de variance σ_{piston}^2

Perte de visibilité supplémentaire de $\exp\left(-\frac{\sigma_{piston}^2}{2}\right)$

Les aberrations différentielles possibles entre les bras de l'interféromètre :

- Piston = différence de marche
- Retard de phase entre les deux polarisations s et p
- Rotation des plans de polarisation
- Chromatisme du piston => dispersion et perte de visibilité

→ **minimiser tous ces termes dès la conception**

→ **étalonnages indispensables sur des sources quasi-ponctuelles
(pour obtenir la FTO de l'interféromètre)**

Plan

Interférences lumineuses

Conditions

Cohérence spatiale

Cohérence temporelle

Interférométrie optique en astronomie

Intérêt

Multi-télescopes avec recombinaison co-axiale

Multi-télescopes avec recombinaison multi-axiale

Interférométrie et turbulence

Impact de la turbulence

Méthodes passives et méthodes actives

Filtrage spatial avec fibre monomode ($D \sim r_0$)

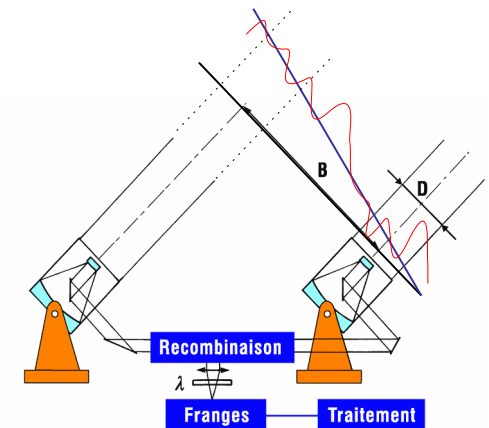
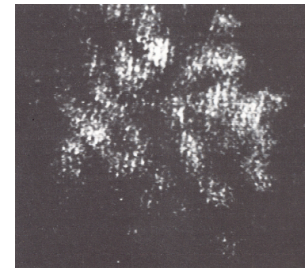
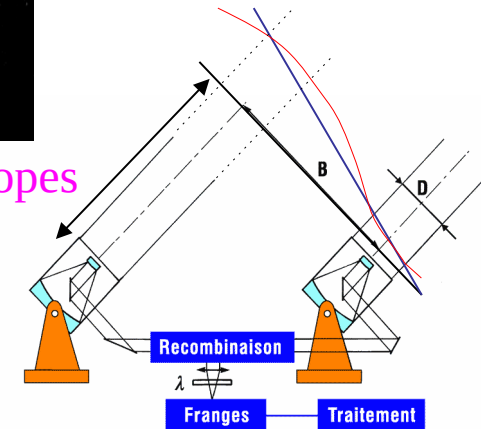
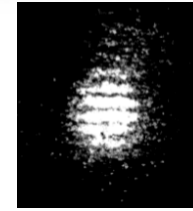
Interférométrie de speckles ($D > r_0$)

Exemples d'interféromètres optiques

Synthèse d'ouverture

Interférométrie optique : méthodes **passives** et **actives**

- Petits télescopes ($D < r_o$)
 - figer les franges en courte pose puis post-traitement
 - ou corriger en temps réel le piston différentiel entre les télescopes (augmentation possible du temps de pose)
 - Souvent corriger aussi les basculements de l'onde
- Télescopes tels que $D \sim r_o$
 - en plus, filtrage spatial (par fibre monomode)
- Grands télescopes ($D > r_o$)
 - interférométrie de speckles (Labeyrie)
 - ou correction des hauts ordres par OA incluant le basculement (sans piston) et éventuellement le filtrage spatial
 - enfin corriger le piston différentiel en temps réel (référence de phase)



Filtrage spatial avec fibres monomodes

Pour télescopes $D \sim r_o$

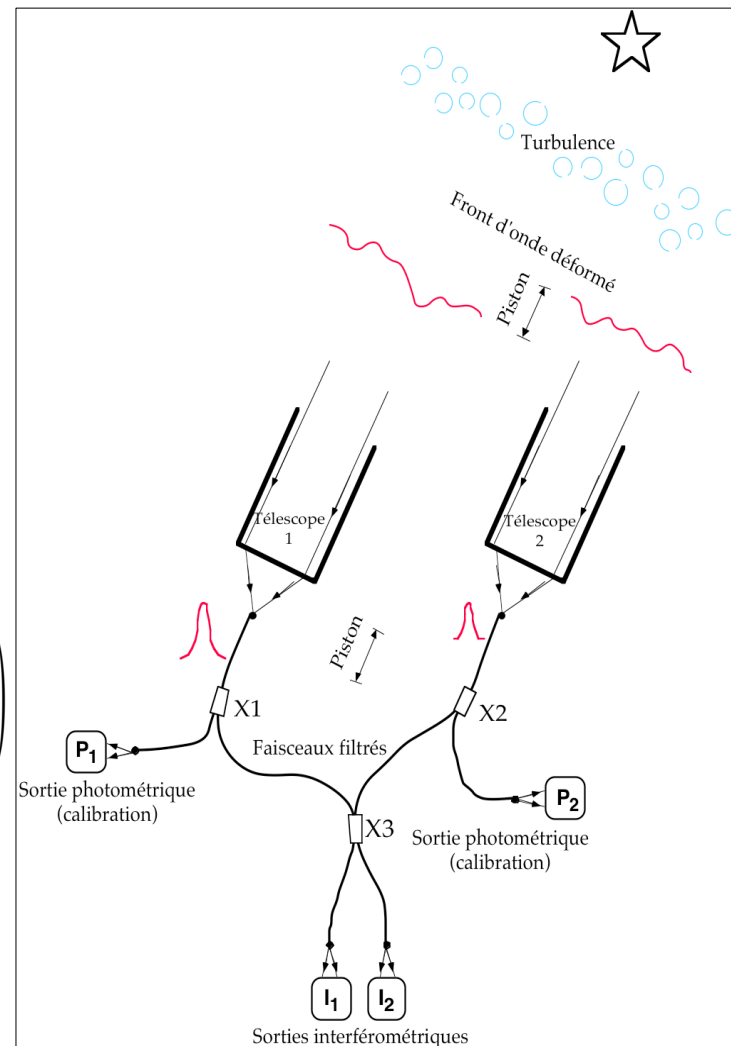
1 / **Injection** de chaque faisceau dans une fibre monomode

2/ propagation $\rightarrow$ il ne reste que le piston

3/ recombinaison avec coupleur fibré ou en optique intégrée (type co-axial)

$$I(\vec{\eta}, \vec{B}, t) = \tilde{O}(\vec{0}) + \left| \tilde{O}\left(\frac{\vec{B}}{\lambda}\right) \right| \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \vec{\eta} \cdot \vec{B} + \Phi_{\tilde{O}}\left(\frac{\vec{B}}{\lambda}\right) + \Phi_{atm}(t)\right)$$

4/ **Figurer les franges en courte pose et combiner les images**



Plan

Interférences lumineuses

Conditions

Cohérence spatiale

Cohérence temporelle

Interférométrie optique en astronomie

Intérêt

Multi-télescopes avec recombinaison co-axiale

Multi-télescopes avec recombinaison multi-axiale

Interférométrie et turbulence

Impact de la turbulence

Méthodes passives et méthodes actives

Filtrage spatial avec fibre monomode ($D \sim r_0$)

Interférométrie de speckles ($D > r_0$)

Exemples d'interféromètres optiques

Synthèse d'ouverture

Interférométrie de speckles

Pour télescopes $D > r_o$

Image = champs de tavelures (=speckles)

1/ courtes poses pour « geler la turbulence » (i.e les tavelures)

$$I(\vec{\eta}, \vec{B}, t)$$

2/ Module carré de la transformée de Fourier de chaque image

$$|\tilde{I}(\vec{u}, \vec{B}, t)|^2$$

3/ Moyenne temporelle des modules carrés

→ spectre de puissance moyen SP

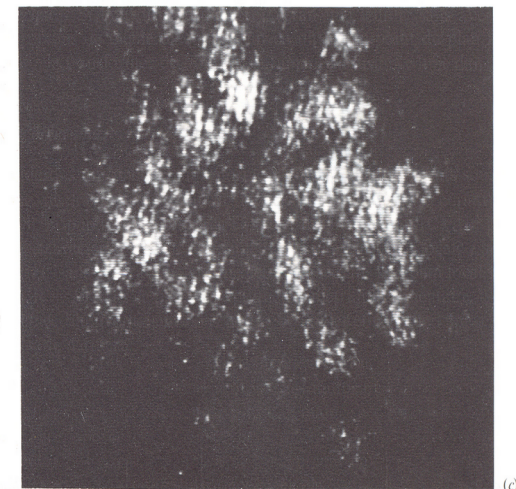
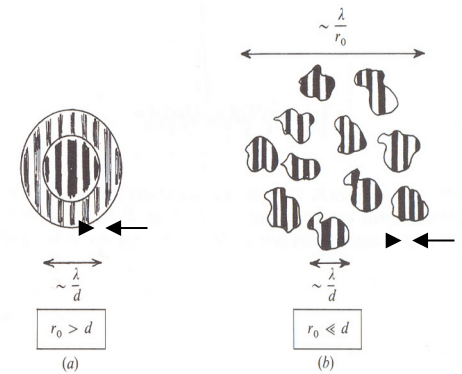
$$SP(\vec{f}) = \langle |\tilde{I}(\vec{f}, \vec{B}, t)|^2 \rangle_t = |\tilde{O}(\vec{f})|^2 \langle |S(\vec{f}, \vec{B}, t)|^2 \rangle_t$$

Spectre de puissance
de l'objet

Spectre de puissance
moyen de l'interféromètre
Pour une turbulence donnée
Étalonné en observant étoile simple

4 novembre 2021

Raphaël Galicher



6-26 Aspects du plan focal interférométrique. (a) Cohérence parfaite des fronts d'onde sur les deux pupilles. L'interférence se produit dans l'image d'Airy donnée par une pupille unique. (b) Cohérence des fronts d'onde sur chaque pupille, limitée par la turbulence atmosphérique (paramètre de Fried r_o) : les franges sont présentes dans chaque tavelure, avec une phase aléatoire. (c) Figure d'interférence obtenue entre deux pupilles du Multi Mirror Telescope, distantes de 4.6 m centre-à-centre. $\lambda = 600$ nm. Pose = 1/60 s. (Cliché dû à l'amabilité de E. K. Hege et J. Beckers.) Noter la présence des tavelures contenant des franges.

Plan

Interférences lumineuses

Conditions

Cohérence spatiale

Cohérence temporelle

Interférométrie optique en astronomie

Intérêt

Multi-télescopes avec recombinaison co-axiale

Multi-télescopes avec recombinaison multi-axiale

Interférométrie et turbulence

Impact de la turbulence

Méthodes passives et méthodes actives

Filtrage spatial avec fibre monomode ($D \sim r_0$)

Interférométrie de speckles ($D > r_0$)

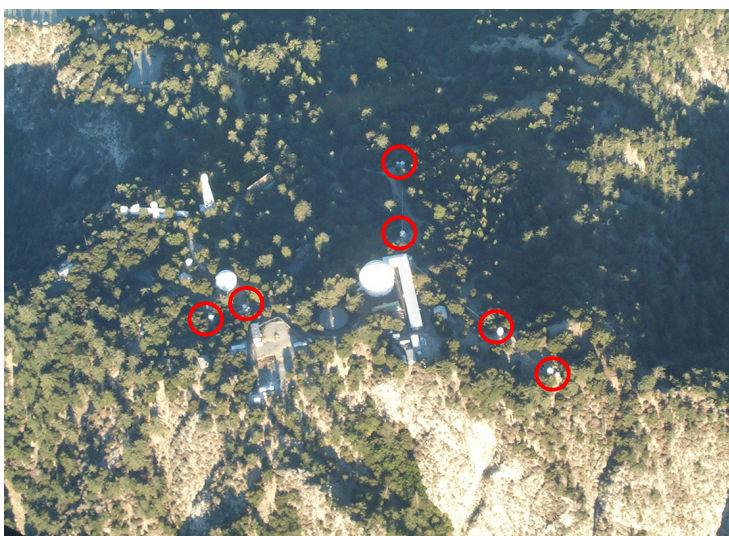
Exemples d'interféromètres optiques

Synthèse d'ouverture

Exemples d'interféromètres optiques

Keck I et II (Hawaii)

2 télescopes $D=10\text{m}$
 $B=85\text{m}$



Very Large Telescope (Chili)

4 télescopes $D=10\text{m}$
4 télescopes $D'=1,8\text{m}$
 B jusqu'à 200m



Chara (Mont Wilson)

6 télescopes $D=1\text{m}$
 B jusqu'à 330m

Plan

Interférences lumineuses

Conditions

Cohérence spatiale

Cohérence temporelle

Interférométrie optique en astronomie

Intérêt

Multi-télescopes avec recombinaison co-axiale

Multi-télescopes avec recombinaison multi-axiale

Interférométrie et turbulence

Impact de la turbulence

Méthodes passives et méthodes actives

Filtrage spatial avec fibre monomode ($D \sim r_0$)

Interférométrie de speckles ($D > r_0$)

Exemples d'interféromètres optiques

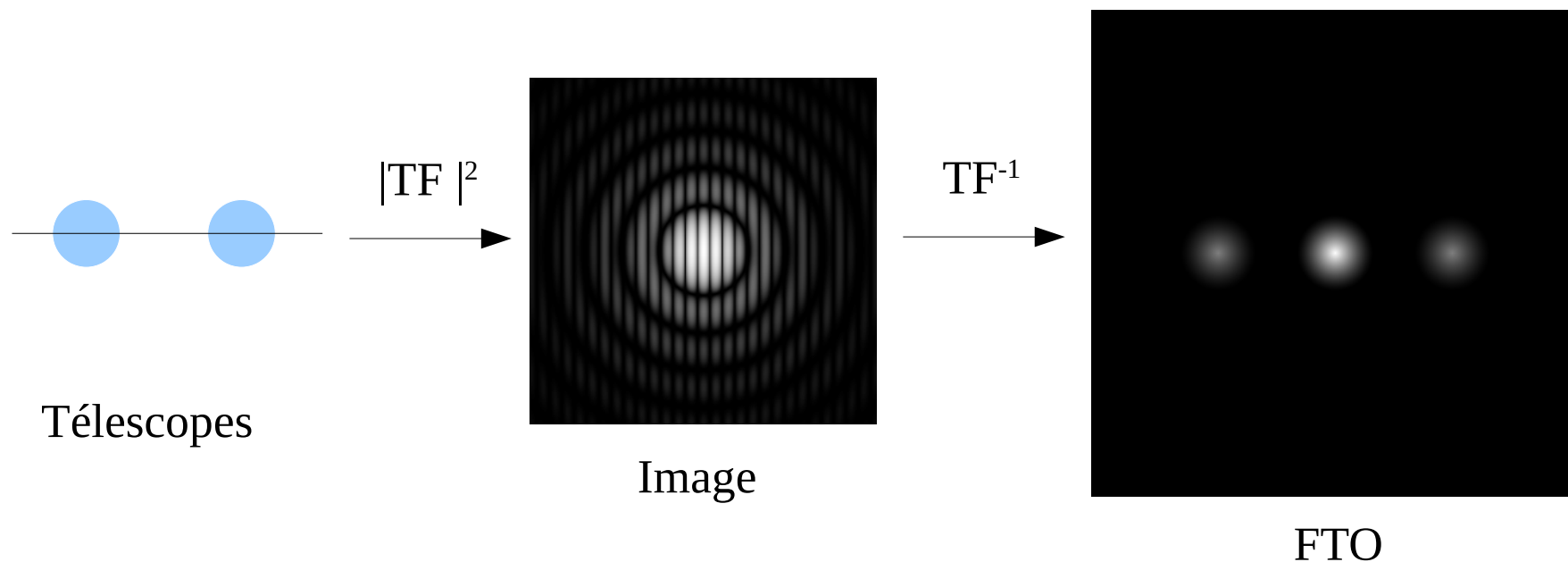
Synthèse d'ouverture

Deux télescopes : images et FTO (1/3)

2 télescopes

Base fixe

Objet ponctuel à l'infini

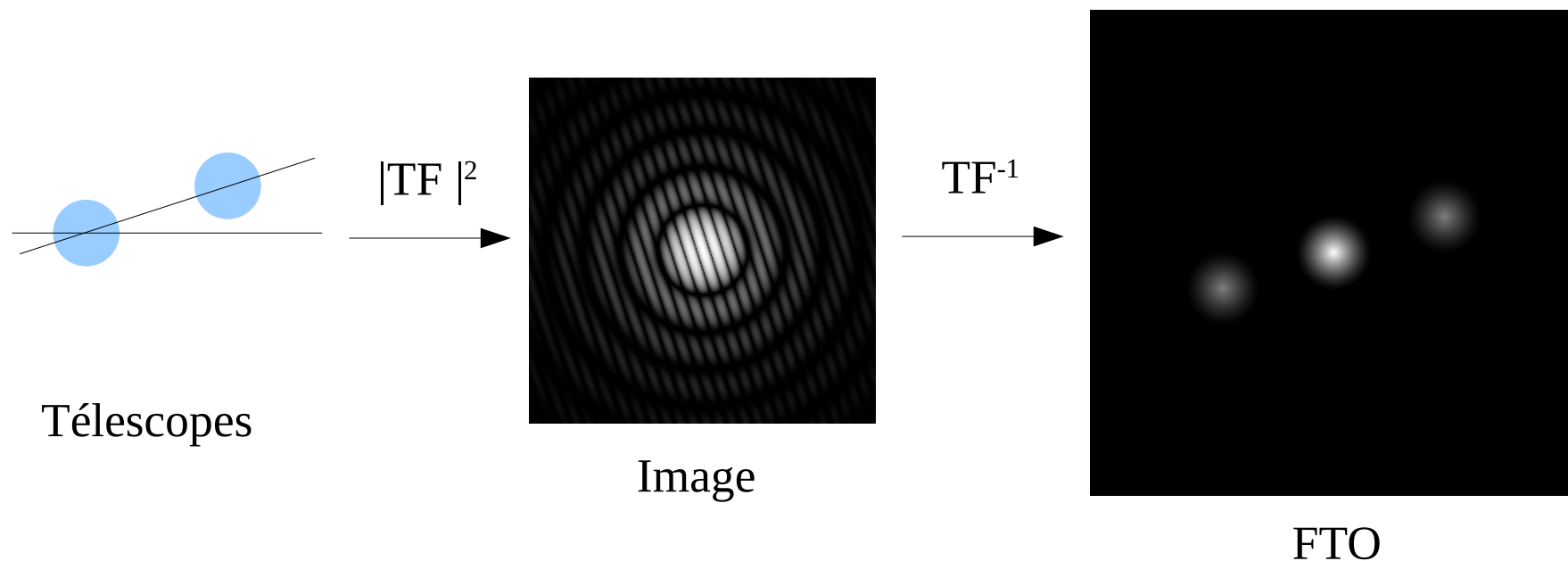


Deux télescopes : images et FTO (2/3)

2 télescopes

Base fixe

Objet ponctuel à l'infini

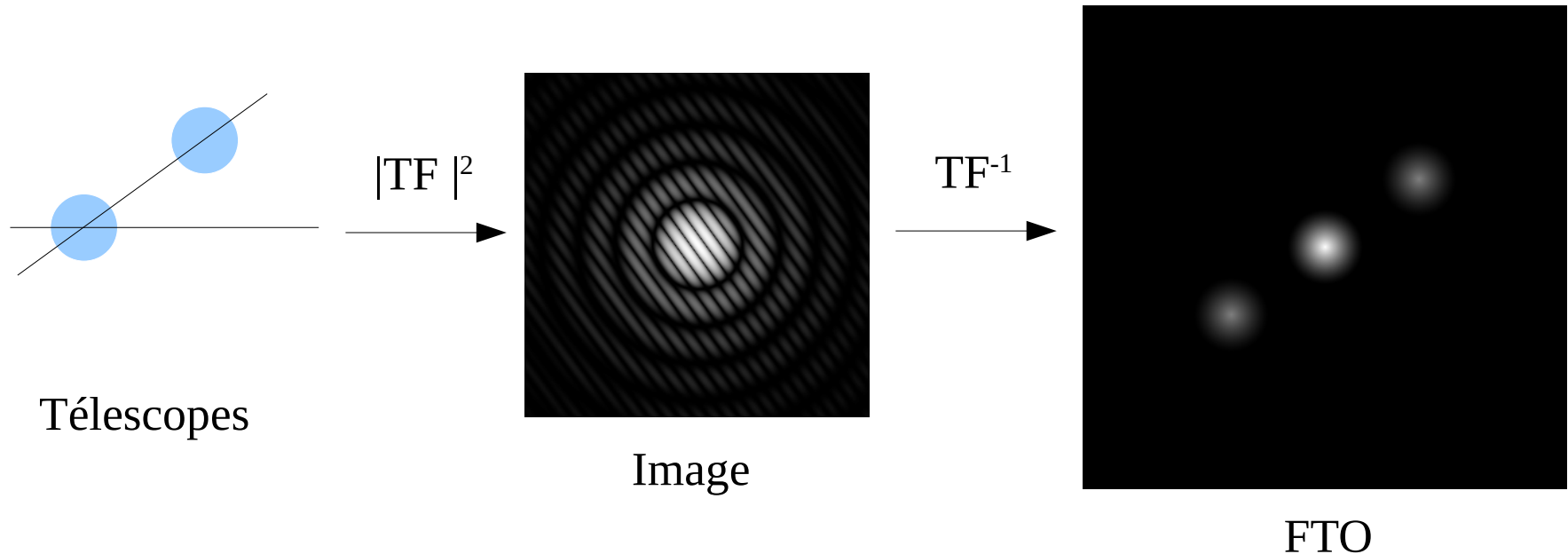


Deux télescopes : images et FTO (3/3)

2 télescopes

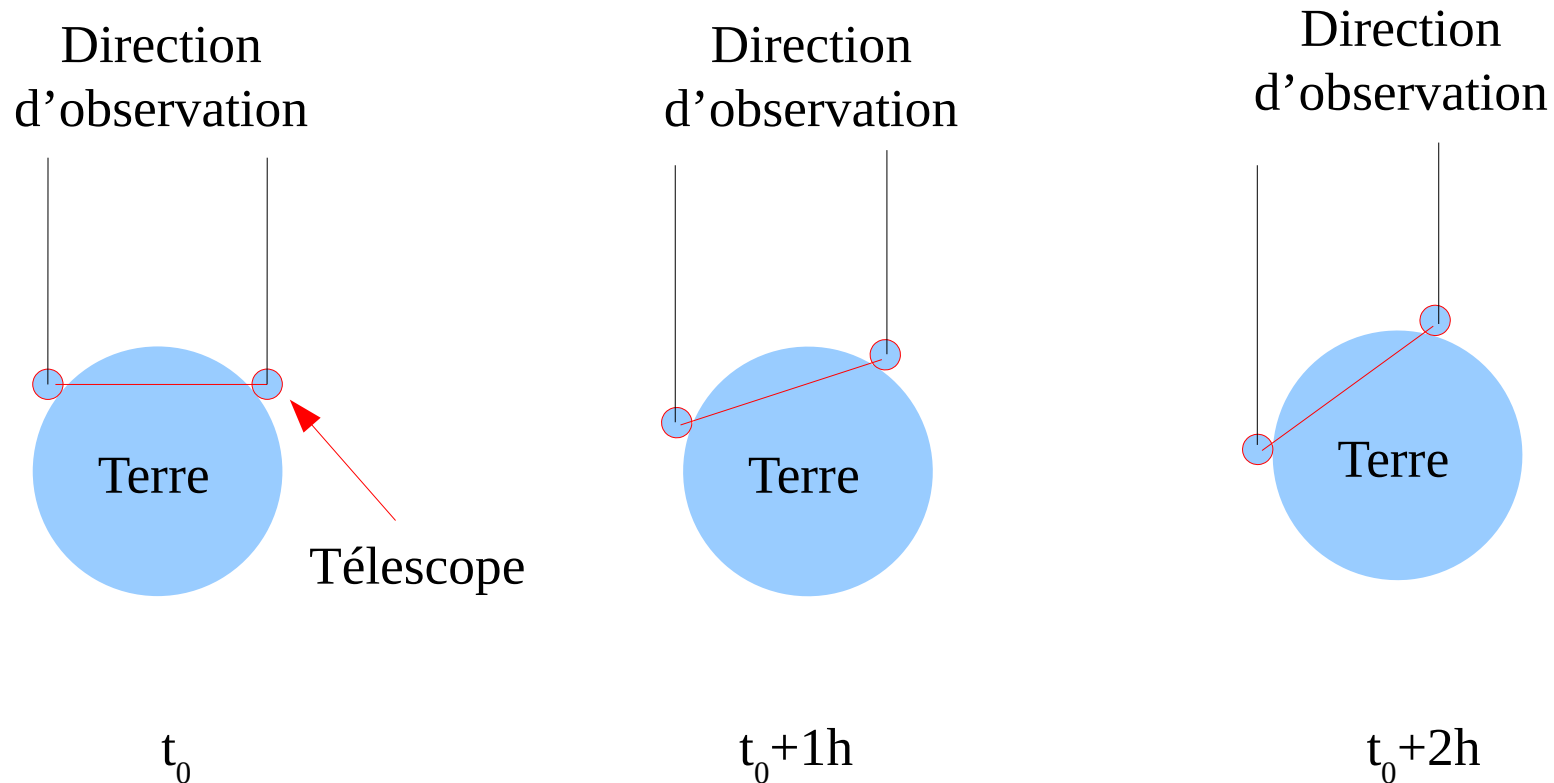
Base fixe

Objet ponctuel à l'infini



Rotation diurne de la Terre

Rotation Terre → balayage des fréquences spatiales (plan u,v)



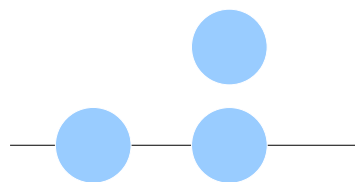
Trois télescopes : images et FTO (1/3)

3 télescopes

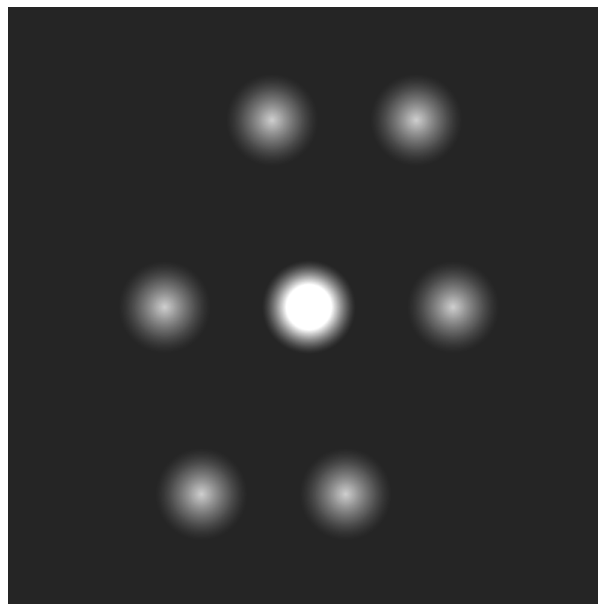
Bases fixes

Objet étendu à l'infini

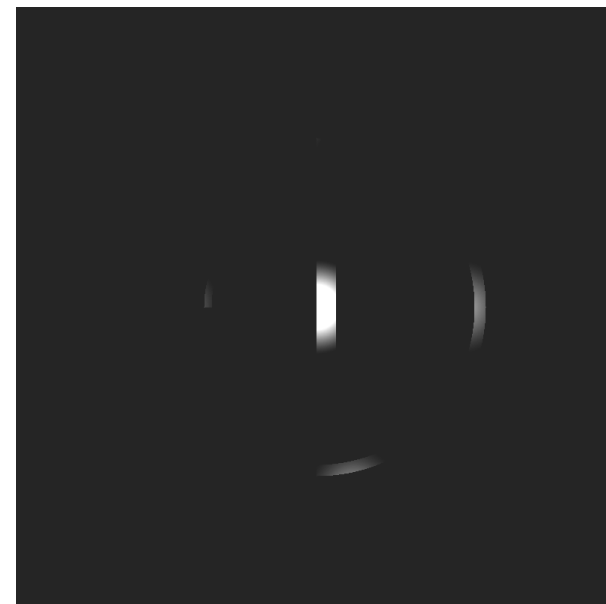
→ observations avec plusieurs orientations pour couverture du plan uv



Télescopes



FTO instrument



FTO observations

Reconstruction dans le plan de Fourier de l'Objet

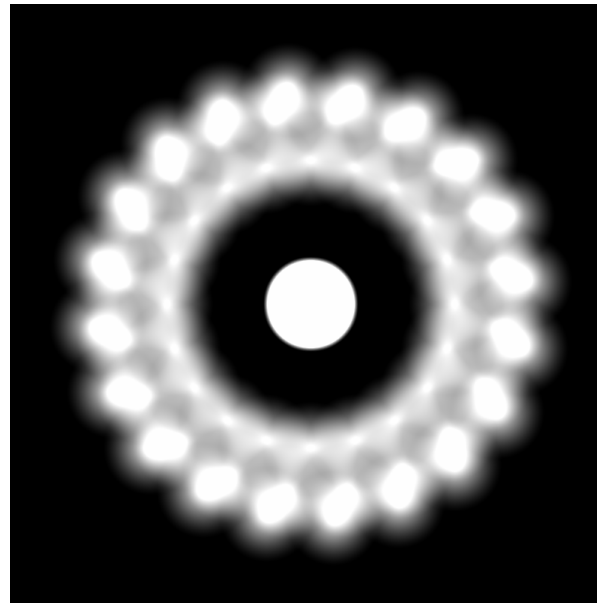
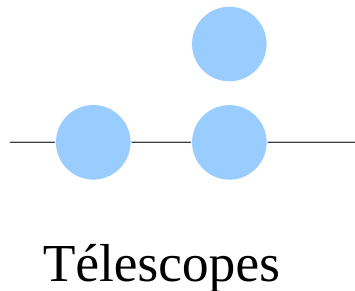
Trois télescopes : images et FTO (1/3)

3 télescopes

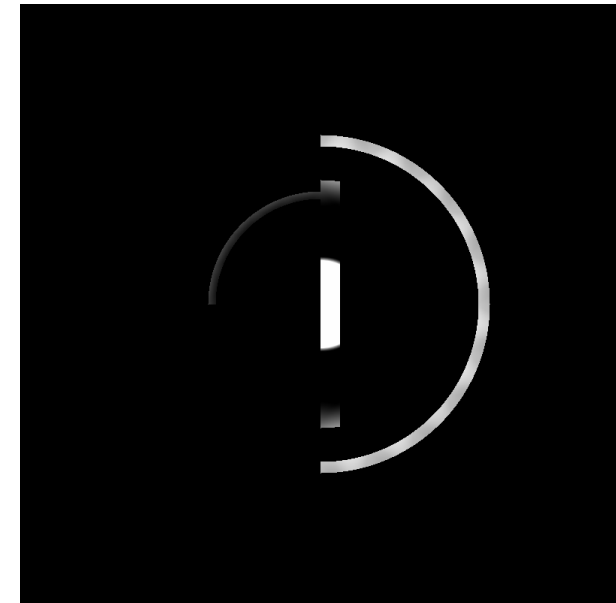
Bases fixes

Objet étendu à l'infini

→ observations avec plusieurs orientations pour couverture du plan uv



FTO instrument

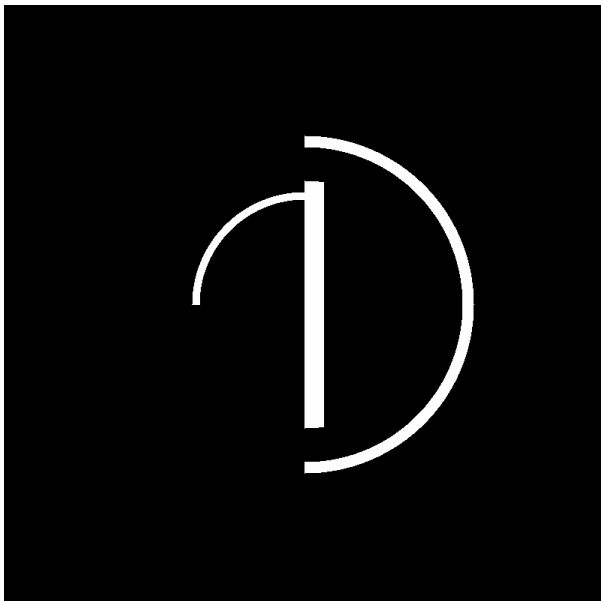


FTO observations

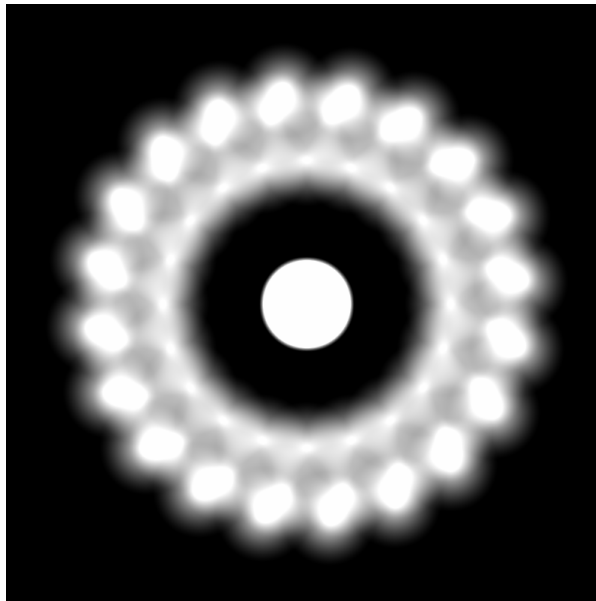
Reconstruction dans le plan de Fourier de l'Objet

Trois télescopes : images et FTO (3/3)

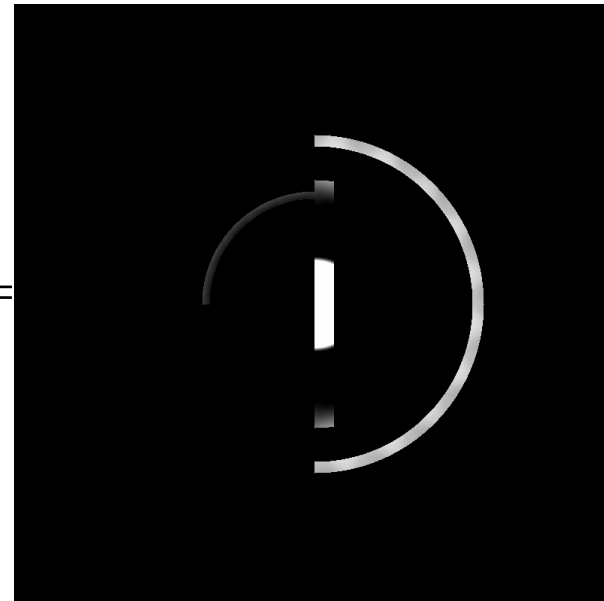
Attention aux conclusions hâtives !
On ne mesure que ce qu'on peut mesurer
et il manque des fréquences spatiales



Transformée de Fourier
de l'objet



FTO instrument



FTO observations

Fin du cours 2