

Ondes et Vibrations

TP2 : RLC série

mars 2019

Raphaël Galicher

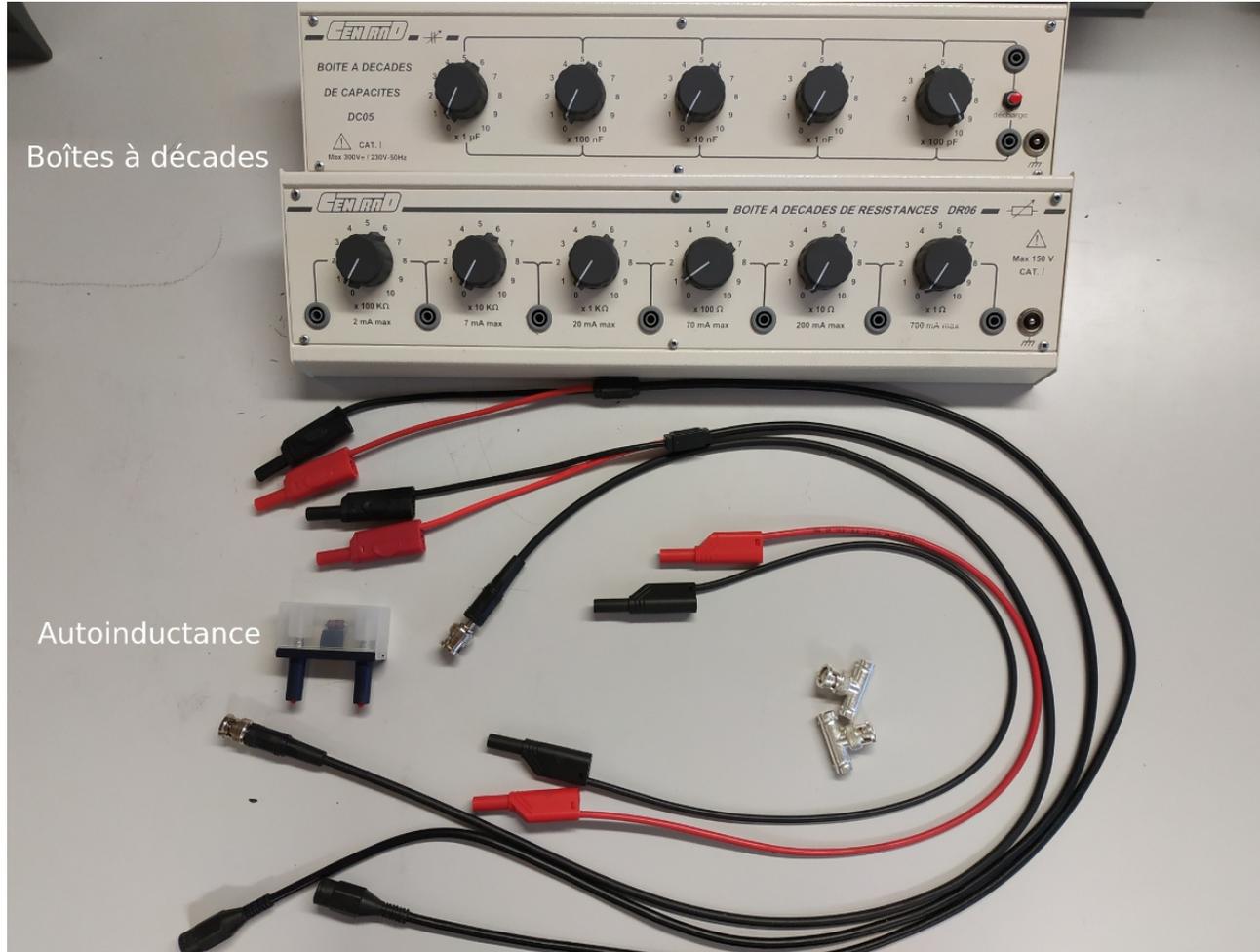
Introduction

Les mesures sont réalisées avec le montage qui est à la disposition des étudiants (voir le sujet du TP2 de l'année 2018-2019 de OV4).

Matériel : boîtes à décades de résistances et de capacités et auto-inductance.

Le compte-rendu suit les questions du sujet.

Matériel (1/2)



Boîtes à décades

Autoinductance



Oscilloscope

GBF

Multimètre

Régime libre

Question 1

$$R = r + r_G$$

Question 2

La pulsation de la tension du générateur est nulle ($\omega = 0$). Pour cette pulsation, la bobine est équivalente à un fil (impédance nulle) et la capacité est d'impédance infinie. On en déduit que $u_C = +E$ juste avant $T_{\text{Gene}}/2$ et $B = +E$

De même, juste avant T_{Gene} , $u_C = -E$ et $B = -E$

Question 3

$$f_0 = 1/(2 \pi \text{sqrt}(LC))$$

$C=1\text{nF}$ et $L=1\text{mH}$: $f_0 \approx 159 \text{ kHz} \Rightarrow T_{\text{gene}} \approx 10/f_0 \approx 0,1\text{ms}$

$C=1\text{nF}$ et $L=10\text{mH}$: $f_0 \approx 50 \text{ kHz} \Rightarrow T_{\text{gene}} \approx 10/f_0 \approx 1\text{ms}$

Question 4

Le graphe mesuré est montré ci-contre sans moyennage (haut) et en moyennant sur 16 passages (bas). Les zéros des deux voix sont décalés ce qui explique qu'on ne « voit » pas que u_c tend vers $+E$.

$$10 T = 212 \pm 2/\sqrt{3} \mu\text{s}$$

$$\Rightarrow T = 21,20 \pm 0,12 \mu\text{s}$$

L'incertitude sur $10T$ est fixée par l'échantillonnage de l'oscilloscope d'où le $\sqrt{3}$

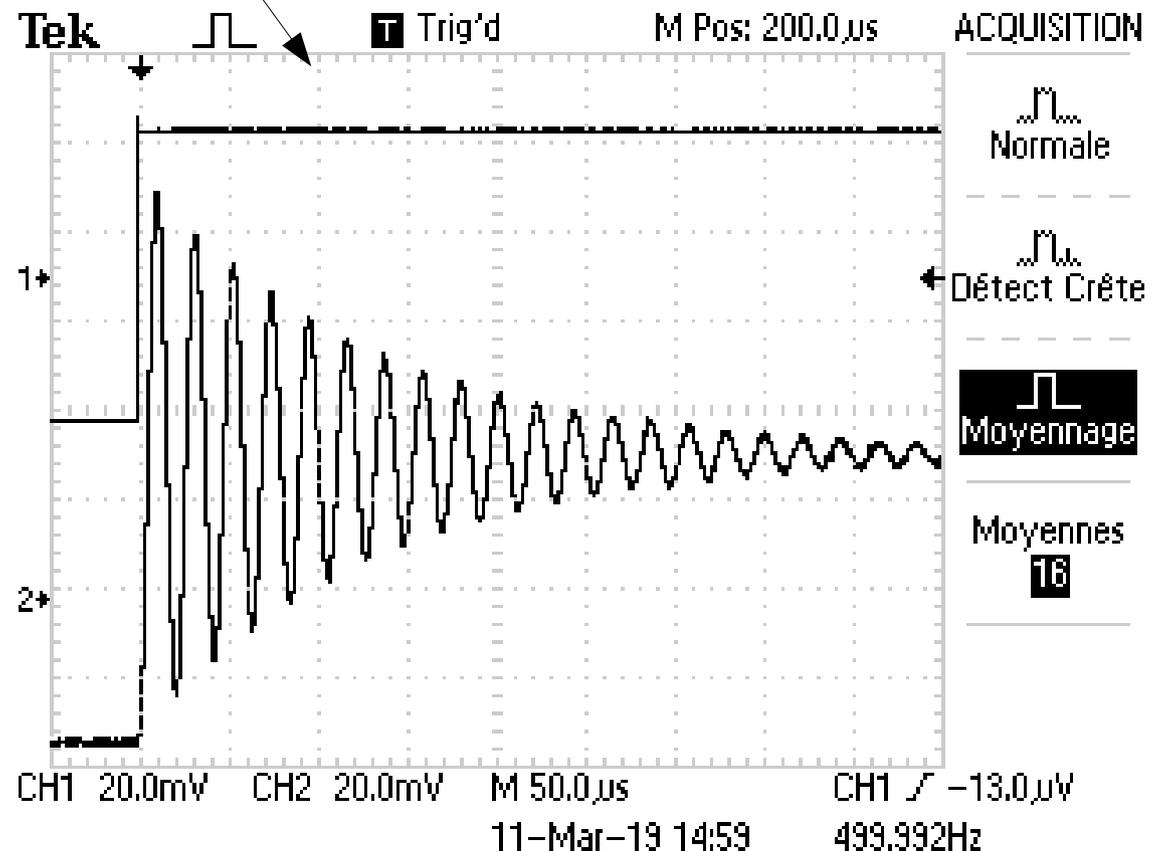
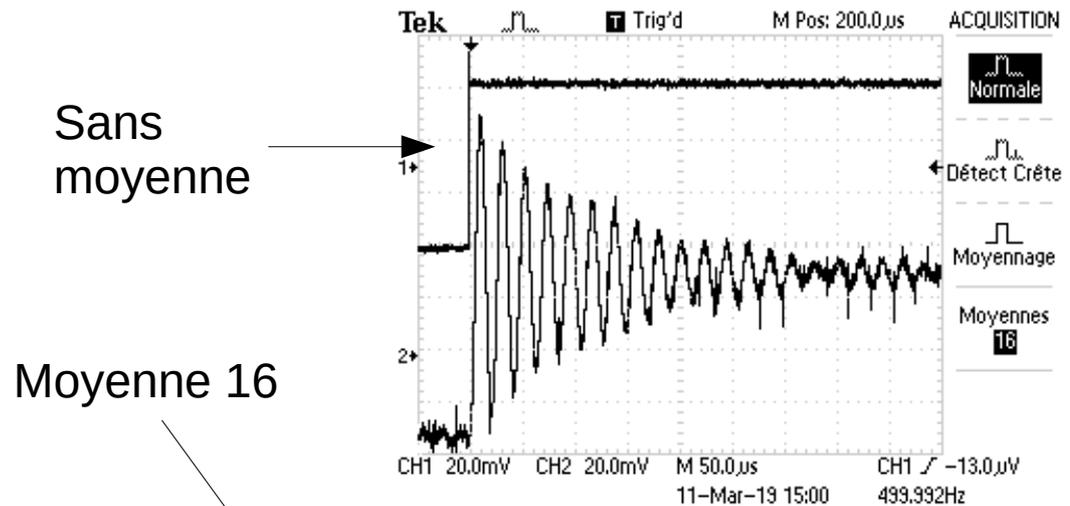
$$\Rightarrow f_{01} = 47,17 \pm 0,27 \text{ kHz}$$

$$\text{avec } \Delta f_{01}/f_{01} = \Delta T/T$$

$$L = T^2 / (4\pi^2 C)$$

$$\Rightarrow L = 11,38 \pm 0,13 \text{ mH}$$

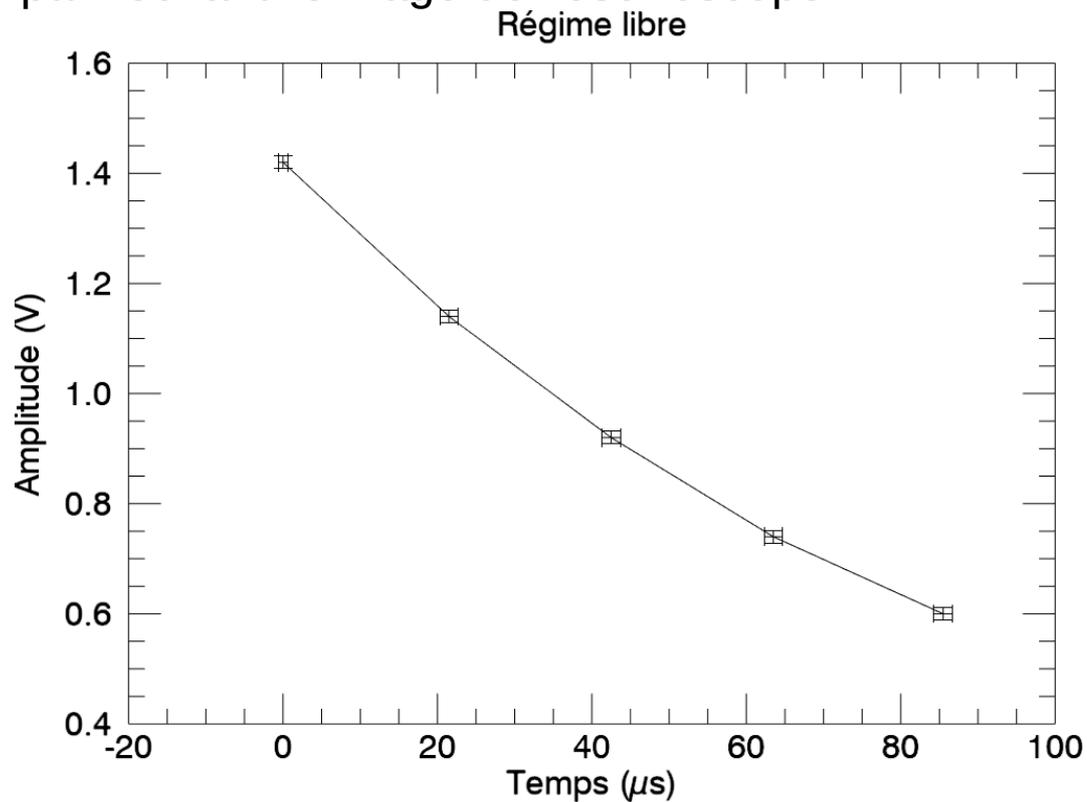
avec $\Delta L/L = 2\Delta T/T$ si on néglige l'incertitude sur C . Il faut vérifier sur les boîtes à décades si l'approximation est correcte.



Question 5

T_i (μs)	0,00	21,5	42,5	63,5	85,5
A_i (V)	1,420	1,140	0,920	0,7400	0,600
Δt_i (μs)	0,58	1,2	1,2	1,2	1,2
ΔA_i (V)	0,012	0,012	0,012	0,012	0,016

Δt_i et ΔA_i sont fixés par l'échantillonnage de l'oscilloscope.



Question 5 (suite)

$A_i = A_1 \exp(-\pi f_0 t_i / Q)$ avec A_1 l'amplitude du 1^{er} maximum

$$\Rightarrow \ln(A_i) = \ln(A_1) - \pi f_0 t_i / Q$$

On trace $\ln(A_i)$ en fonction du temps. D'après le modèle, on obtient une droite dont la pente est $\pi f_0 / Q$

L'ajustement donne

$$b = \pi f_0 / Q = 10144 \pm 200$$

$$\Rightarrow Q_1 = \pi f_0 / b = 14,61 \pm 0,30$$

$$\text{avec } \Delta Q / Q = \sqrt{(\Delta T_0 / T_0)^2 + (\Delta b / b)^2}$$

$$\text{Puis : } R = 2bL \Rightarrow R_1 = 230,9 \pm 5,3 \Omega$$

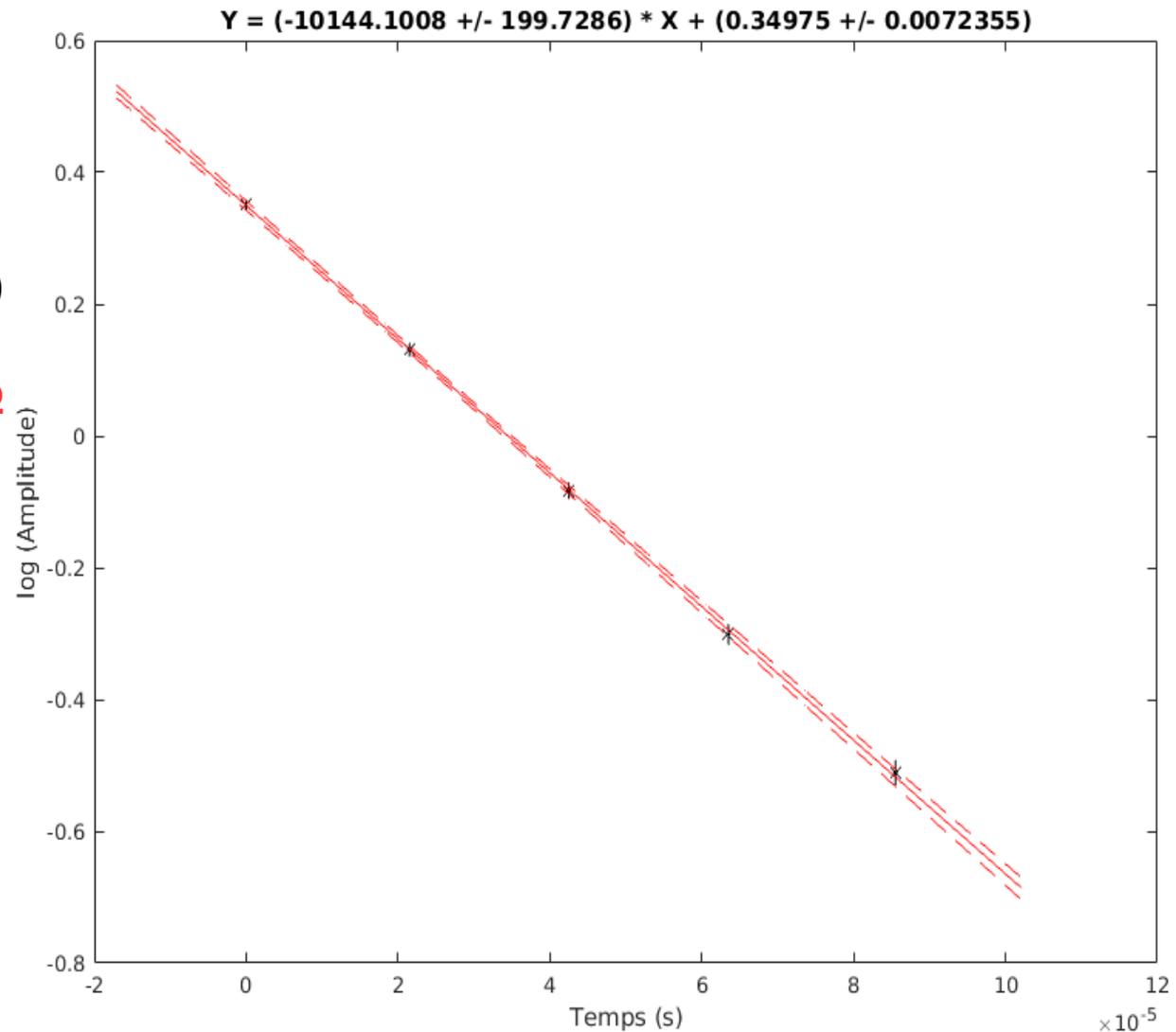
D'après la question 1, on s'attend à

$$R = R_{\text{théorie}} = r + r_G = 150 \Omega$$

Un Z-test donne

$$|R_1 - R_{\text{théorie}}| / \Delta R = 15 > 1,6$$

Les valeurs ne sont pas compatibles.
Il y a une résistance supplémentaire dans le montage : bobine ? Boîte à décades ?



Raphaël Galicher

12 mars 2019

Régime sinusoïdal forcé

Question 6

$$f_r = f_0 \sqrt{1 - 1/(2Q^2)}$$

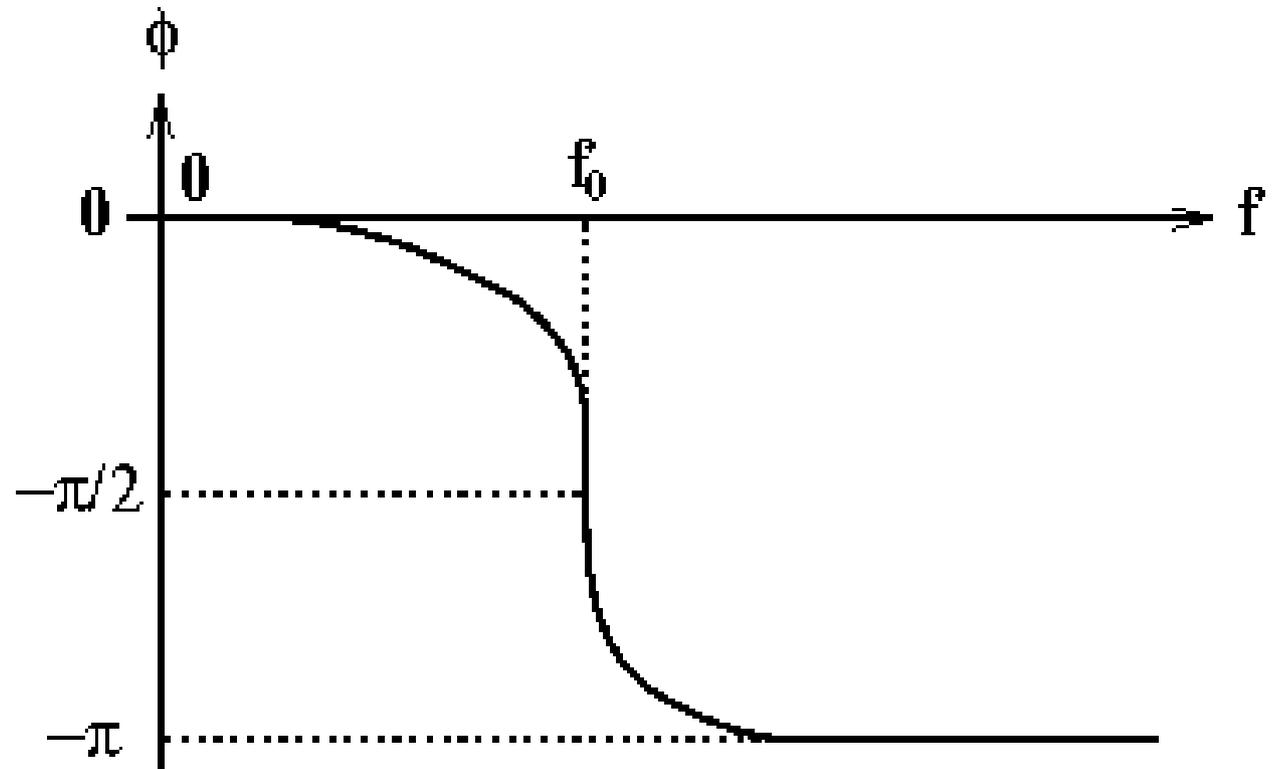
Question 7

$$f = 0 \text{ Hz} : \Phi = 0$$

$$f = f_0 : \Phi = -\pi/2$$

$$f \rightarrow \infty : \Phi = -\pi$$

La pente à l'origine est nulle
(asymptote horizontale)



Question 8

D'après les questions 4 et 6 : $f_{r,1} = f_0 = 47,27 \pm 0,27 \text{ kHz}$

En régime forcé, la mesure donne : $f_{r,2} = 46,65 \pm 0,12 \text{ kHz}$

L'incertitude est fixé par l'utilisateur qui décide si l'amplitude est maximale ou non.

Z-test entre $f_{r,1}$ et $f_{r,2}$: $|f_{r,1} - f_{r,2}| / \sqrt{(\Delta f_{r,1})^2 + (\Delta f_{r,2})^2} = 1,93 < 1,96$

Les valeurs sont compatibles.

Question 9

Le déphasage à la résonance est $\Phi = 2\pi f_{r,2} \Delta t$ où Δt est l'écart temporelle entre le maximum de l'excitation et celui de l'oscillateur. On mesure $t = 5,40 \pm 0,06 \mu\text{s}$ d'où :

$\Phi = 1,58 \pm 0,02 \text{ rad}$

La valeur attendue est $\pi/2$.

Le Z-test entre valeurs attendue et mesurée s'écrit : $|1,58 - \pi/2| / 0,02 = 0,46 < 1,96$. Les valeurs sont compatibles.

Question 10

Pour le choix des fréquences, je conseille

1/ fréquence de résonance f_r . On mesure l'amplitude U_{\max}

2/ les deux fréquences f_1 et f_2 qui donnent $U_{\max}/\sqrt{2}$

3/ quatre fréquences entre f_1 et f_2 pour décrire le pic de résonance

4/ deux (ou quatre) fréquences en dehors de $[f_1, f_2]$ pour décrire les « ailes » de la courbe

Pour mesurer le déphasage, il faut mesurer la différence de temps δt entre un maximum de $u_c(t)$ et un maximum de $e(t)$, puis rapporter à la période du signal (i.e. multiplier par la fréquence f).

$$\Phi = 2 \pi f \delta t$$

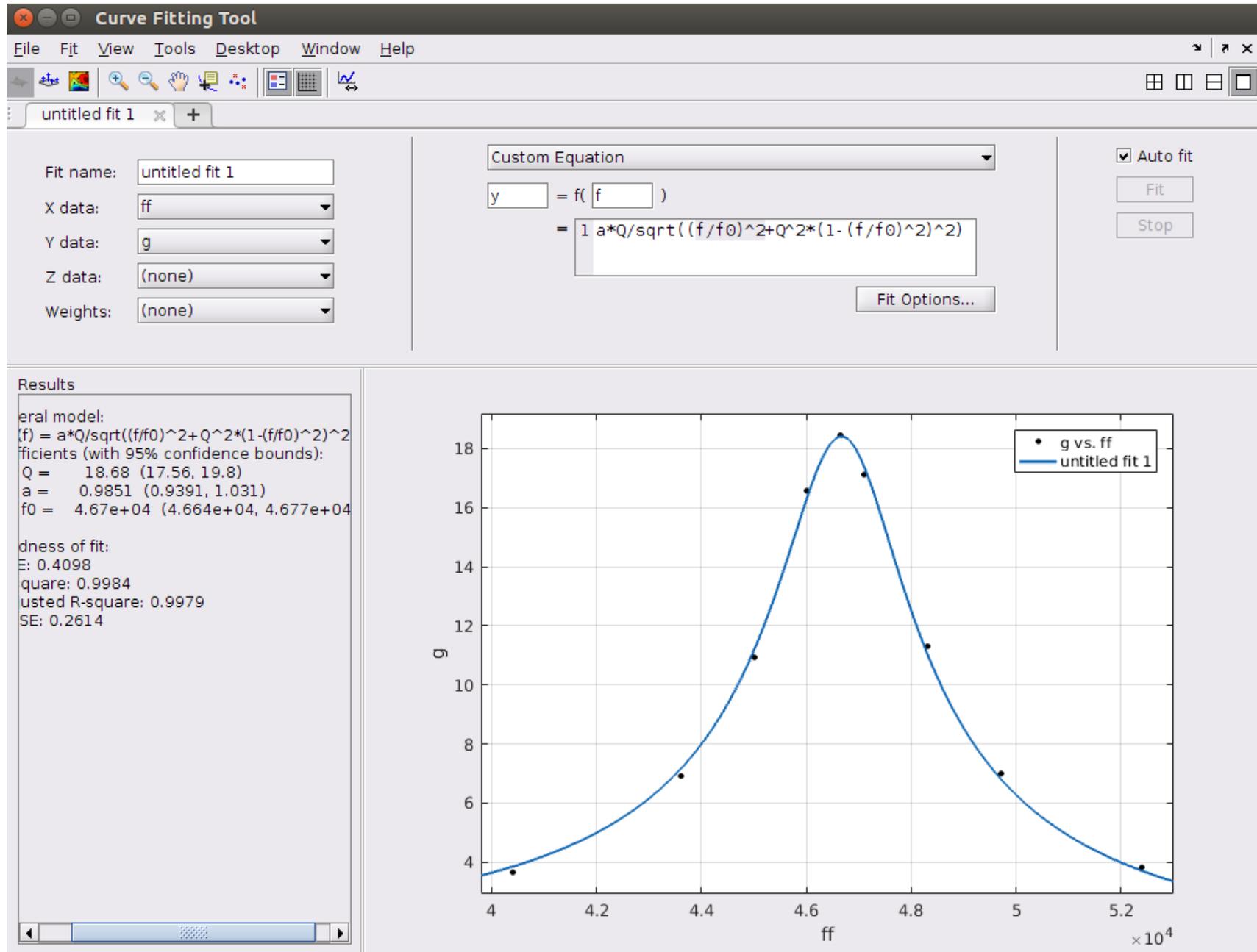
$$\Rightarrow \Delta\Phi/\Phi = \sqrt{(\Delta f/f)^2 + (\Delta(\delta t)/\delta t)^2}$$

Question 10 (suite)

f (kHz)	40,40	43,60	45,00	46,00	46,65	47,10	48,30	49,70	52,40
Δf (kHz)	0,001	0,001	0,001	0,001	0,029	0,001	0,001	0,001	0,001
U (mV)	5,940	10,60	15,70	21,20	22,50	21,20	15,90	10,60	5,940
ΔU (mV)	0,058	0,35	0,29	0,23	0,29	0,23	0,17	0,35	0,058
e (mV)	1620	1530	1435	1280	1220	1240	1405	1515	1560
Δe (mV)	35	12	14	12	12	12	9	9	35
$-\delta t$ (μs)	0,80	1,70	2,60	3,80	5,40	6,70	8,20	8,60	9,00
$\Delta \delta t$ (μs)	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
$-\Phi$ (rad)	0,203	0,470	0,735	1,098	1,583	1,983	2,489	2,686	2,963
$\Delta \Phi$ (rad)	0,015	0,016	0,017	0,017	0,017	0,018	0,018	0,019	0,020

Question 10 (suite)

Ajustement du Gain $G = U/e$ avec $\Delta G/G = \text{sqrt}[(\Delta U/U)^2 + (\Delta e/e)^2]$



Question 10 (suite)

Ajustement du déphasage $-\phi(f)$

The screenshot shows the 'Curve Fitting Tool' window. The 'Custom Equation' dropdown is set to 'Custom Equation'. The equation editor shows the following equation:

$$y = f(f) = 1 \pi/2 + \text{atan}(Q * (f/f_0 - f_0/f))$$

The 'Results' panel displays the following information:

```

General model:
(f) = pi/2+atan(Q*(f/f0-f0/f))
Coefficients (with 95% confidence bounds):
Q = 16.73 (14.7, 18.77)
f0 = 4.66e+04 (4.649e+04, 4.67e+04)

Goodness of fit:
R-squared: 0.9974
Adjusted R-squared: 0.997
RMSE: 0.05391
    
```

The plot shows data points 'p vs. ff' (black dots) and the fitted curve 'untitled fit 1' (blue line). The x-axis is labeled 'ff' and ranges from 4 to 5.2 x 10^4. The y-axis is labeled 'p' and ranges from 0.5 to 2.5.

Fit name	Data	Fit type	SSE	R-square	DFE	Adj R-sq	RMSE	# Coeff	Validation ...	Validation ...	Validation ...
untitled ...	p vs. ff	pi/2+atan(...)	0.0203	0.9974	7	0.9970	0.0539	2			

Question 10 (suite)

D'après les ajustements de Cftool (qui n'incluent pas les incertitudes de mesures)

Fonction U(f)

$$f_{02} = 46,70 \pm 0,03 \text{ kHz}$$

$$Q_2 = 18,68 \pm 0,56$$

Fonction $\Phi(f)$

$$f_{03} = 46,60 \pm 0,05 \text{ kHz}$$

$$Q_3 = 16,7 \pm 1,0$$

Comparaison de f_{01} et f_{02} à l'aide de Z-test

$$|f_{01} - f_{02}| / \sqrt{(\Delta f_{01})^2 + (\Delta f_{02})^2} = 2,1 > 1,96 \text{ Les valeurs ne sont pas compatibles}$$

Comparaison de f_{01} et f_{03} à l'aide de Z-test

$$|f_{01} - f_{03}| / \sqrt{(\Delta f_{01})^2 + (\Delta f_{03})^2} = 2,4 > 1,96 \text{ Les valeurs ne sont pas compatibles}$$

Comparaison de f_{02} et f_{03} à l'aide de Z-test

$$|f_{02} - f_{03}| / \sqrt{(\Delta f_{02})^2 + (\Delta f_{03})^2} = 1,7 < 1,96 \text{ Les valeurs sont compatibles}$$

L'incompatibilité avec f_{01} est certainement dû au fait que les incertitudes fournies par Cftool n'incluent pas les incertitudes de mesures.

Question 10 (suite)

Comparaison de Q_1 et Q_2 à l'aide de Z-test

$|Q_1 - Q_2| / \text{sqrt}(\Delta Q_1^2 + \Delta Q_2^2) = 6,4 > 1,96 \Rightarrow$ les valeurs Q_1 et Q_2 sont juste compatibles.

Comparaison de Q_1 et Q_3 à l'aide de Z-test

$|Q_1 - Q_3| / \text{sqrt}(\Delta Q_1^2 + \Delta Q_3^2) = 2,0 > 1,96 \Rightarrow$ les valeurs Q_1 et Q_3 ne sont pas compatibles.

Comparaison de Q_2 et Q_3 à l'aide de Z-test

$|Q_2 - Q_3| / \text{sqrt}(\Delta Q_2^2 + \Delta Q_3^2) = 1,3 < 1,96 \Rightarrow$ les valeurs Q_2 et Q_3 sont compatibles.

L'écart est certainement dû à une mauvaise estimation des incertitudes sur Q en régime forcé (incertitudes non propagées dans cftool)