Travaux Pratiques : résistance hydraulique

Licence 2, Université Paris Diderot

1 Préparation

Ce TP consiste en l'étude de l'écoulement à travers le « poreux » présenté sur la Fig. 1.

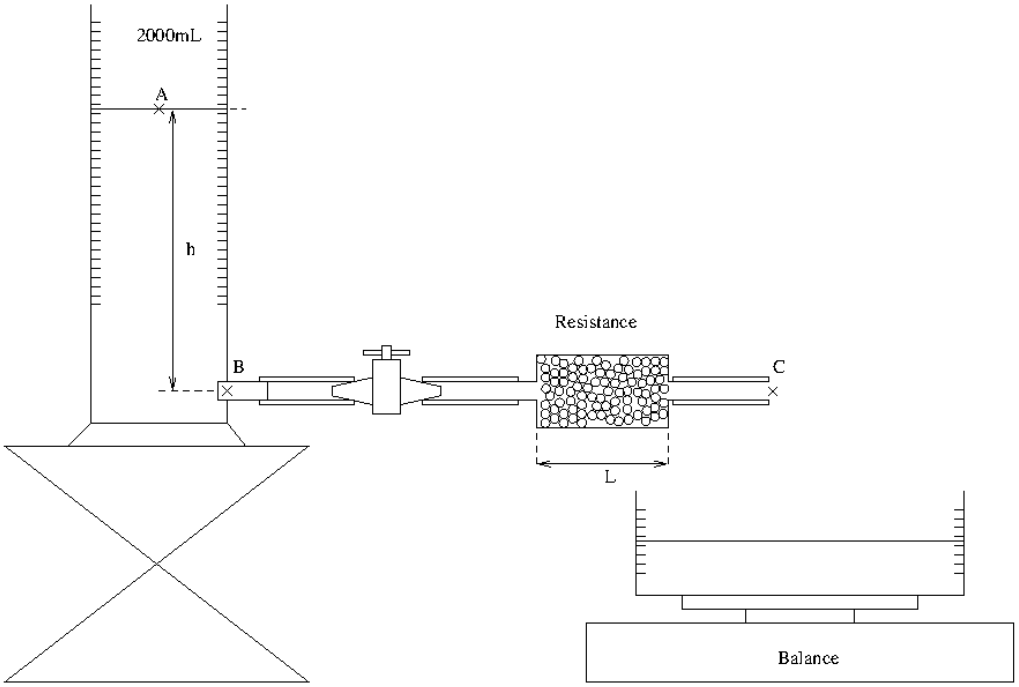

FIGURE 1 – *Montage pour l'étude d'une résistance hydraulique.*

En mesurant le débit volumique $Q(t)$ en fonction de la différence de pression $\Delta P(t) = P_B(t) - P_C$, il sera possible d'estimer le diamètre des billes qui constitue le milieu poreux. Nous rappelons que le débit $Q(t)$ est le volume de liquide qui traverse le « poreux » par unité de temps à un instant t. De plus, $\Delta P(t) = P_B(t) - P_C = P_B(t) - P_A$ représente la différence de pression qu'il existe entre les points B et A à un instant t. On notera que P_A est la pression atmosphérique.

Question 1 Comment pouvez-vous estimer le débit volumique $Q(t)$ à un instant donné t ?

Question 2 Comment déduire la différence de pression $\Delta P(t)$ en mesurant $h(t)$?

2 Expérience

Matériel à disposition :

- une éprouvette de 2000mL ($\sim 50\,\text{cm}$ de haut) équipée d'un robinet
- un bécher de 2000mL ($\sim 20\,\text{cm}$ de haut) équipé d'un robinet
- un bécher de 2000mL
- un chronomètre
- une balance électronique
- un « poreux »(tuyau en plastique contenant des billes de verre)
- une règle de 1m
- un support Boy et des pinces

Question 3 Réalisez le montage de la Fig. 1 en utilisant l'éprouvette de 50 cm comme réservoir. Aux instants t que vous jugerez les plus appropriés, effectuez les mesures nécessaires à l'estimation de $Q(t)$ et $\Delta P(t)$. Remplissez un tableau de mesures. Continuez les mesures jusqu'à la vidange complète.

3 Analyse et interprétation

Question 4 Ajoutez les valeurs estimées de $\Delta P(t)$ et $Q(t)$ au tableau.

Question 5 Représentez vos données graphiquement pour vérifier qu'elles sont compatibles avec

$$\Delta P = R_h\, Q - \rho\, g\, h_* \tag{1}$$

où R_h et h_* sont deux constantes réelles.

Question 6 Que représentent ρ et g ?

Question 7 De votre graphe, déduisez les valeurs de h_* et de la résistance hydraulique R_h.

Question 8 Quelle est l'unité de h_* ? Proposez une interprétation de ce paramètre.

Question 9 D'après la loi de Darcy

$$R_h = \frac{\eta\, L}{K\, S} \tag{2}$$

où L, S et K sont respectivement la longueur, la section et la perméabilité du milieu poreux. La viscosité dynamique η de l'eau vaut $10^{-3}\,\text{Pa.s}$. Enfin, pour un milieu poreux constitué de billes de

diamètre D, la relation d'Ergun donne un ordre de grandeur de la perméabilité en fonction de la porosité ϕ du milieu (ici $\phi = 0.6$)

$$K = \frac{\phi^3 D^2}{180 (1-\phi)^2} \tag{3}$$

En utilisant les équations 2 et 3, exprimez le diamètre D des billes en fonction de R_h, ϕ, L, S et η. Faîtes l'application numérique.

Question 10 Comment pouvez-vous mesurer ce diamètre de manière indépendante ?

Question 11 Quelle relation existe-t-il entre $Q(t)$, $h(t)$ et la section S_0 de l'éprouvette ?

Question 12 Démontrez que $h(t)$ vérifie l'équation différentielle

$$\dot{h(t)} - \frac{\rho g}{S_0 R_h} h(t) = \frac{\rho g h_*}{S_0 R_h} \tag{4}$$

Question 13 Quel temps caractéristique τ pouvez-vous extraire de cette équation ?

Question 14 Donnez la forme analytique de la solution $h(t)$ de cette équation en fonction de τ ?

Question 15 Proposez une représentation de $h(t)$ pour vérifier facilement que vos données sont en accord avec l'équation 4 ?

Question 16 En les remplissant d'un même volume initial, est-ce le bécher ou l'éprouvette qui se vide le plus vite ? Vérifiez-le expérimentalement.