SMD/L1 - Trigonométrie - formules en bleu à connaître

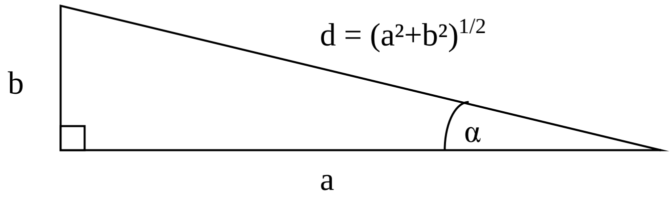
Dans le triangle rectangle

$\sin(\alpha)$ = côté opposé/hypoténuse et $\cos(\alpha)$ = côté adjacent/hypoténuse
et $\tan(\alpha)$ = côté opposé/adjacent = $\sin(\alpha)/\cos(\alpha)$

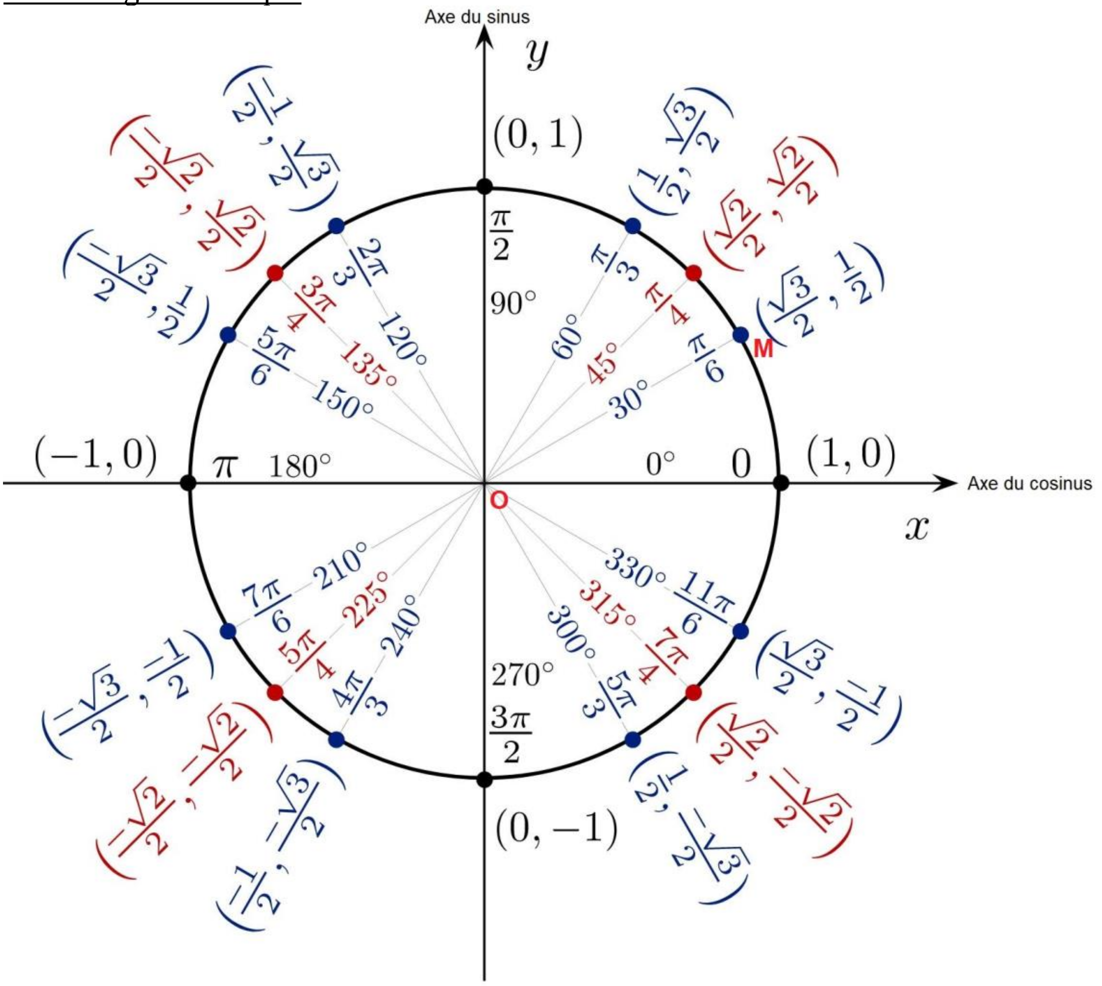
Remarque: $\text{cotan}(\alpha) = 1/\tan(\alpha)$

Projections (a, b, d sont les longueurs des côtés du triangle rectangle):

$d \cos(\alpha) = a$
$d \sin(\alpha) = b$
$\tan(\alpha) = b/a$



Cercle trigonométrique



Cercle trigonométrique de rayon unité
Tout point M du cercle repéré par son angle a (compris entre 0 et 2π) possède pour coordonnées (cos a, sin a) dans le repère xOy.
Le cosinus est la projection du vecteur **OM** sur l'axe Ox.
Le sinus est la projection du vecteur **OM** sur l'axe Oy

Quelques formules de base

Les angles s'expriment en radians (rd); π rd = 180°; $\pi \sim 3.1415926535$

$e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$
$e^{-ix} = \cos(x) - i \sin(x)$ $\rightarrow \cos(x) = [e^{ix} + e^{-ix}] / 2$ et $\sin(x) = [e^{ix} - e^{-ix}] / 2i$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\rightarrow 1 + \tan^2 x = 1 / \cos^2 x$ (diviser par $\cos^2 x$ la formule ci dessus)

$\cos(x+y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y)$ $\rightarrow$ $\cos(x-y)$ en changeant y en -y

$\sin(x+y) = \sin(x) \cos(y) + \sin(y) \cos(x)$ $\rightarrow$ $\sin(x-y)$ en changeant y en -y

Cas particulier de l'angle double (x = y); on déduit des deux formules ci dessus:

$x = y \rightarrow \cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$
$\rightarrow \cos^2 x = [1 + \cos(2x)] / 2$
$\rightarrow \sin^2 x = [1 - \cos(2x)] / 2$
$x = y \rightarrow \sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$

Dérivées usuelles comportant une fonction u(x) de dérivée notée u'(x)

$(\sin u)' = u' \cos u$ $\rightarrow$ $(\sin x)' = \cos x$
$(\cos u)' = - u' \sin u$ $\rightarrow$ $(\cos x)' = - \sin x$ (attention au signe !)
$(\tan u)' = u' / \cos^2 u$ $\rightarrow$ $(\tan x)' = 1/\cos^2 x$

Primitives usuelles (à déduire des dérivées)

la primitive de (u' cos u) est sin u $\rightarrow$ la primitive de cos x est sin x
la primitive de (u' sin u) est - cos u $\rightarrow$ la primitive de sin x est - cos x (attention au signe !)
la primitive de $u' / \cos^2 u$ est tan u $\rightarrow$ la primitive de $1 / \cos^2 x$ est tan x