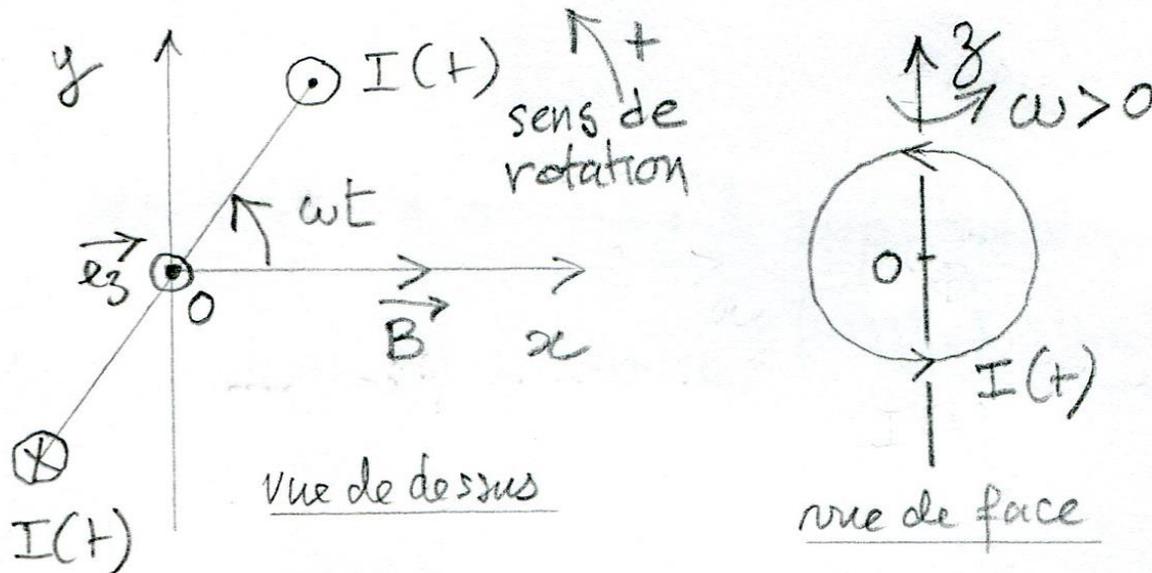


TD – Fonctionnement simplifié d'une éolienne

L'alternateur d'une éolienne est constitué d'une bobine plate de résistance R et d'inductance propre L . La bobine est mise en rotation autour de l'axe Oz par un rotor à 3 pales soumis au vent, elle tourne dans un champ magnétique uniforme \mathbf{B} orienté selon Ox . L'intensité qui circule dans la bobine est notée $I(t)$, elle dépend du temps. La bobine possède une section de surface S , on l'assimilera à une spire unique. Elle tourne dans le champ magnétique à la vitesse angulaire ω constante et positive. On oriente arbitrairement le courant $I(t)$ dans le sens indiqué sur la figure.



- 1) Dessinez le vecteur surface \mathbf{S} de la bobine et exprimez le flux du champ magnétique extérieur \mathbf{B} , puis le flux total en tenant compte de l'inductance propre L de la bobine.
- 2) Ecrire l'équation électrique du circuit
- 3) On veut déterminer $I(t)$. Pour ce faire, on pose $I(t) = \alpha \sin(\omega t) + \beta \cos(\omega t)$ où α et β sont deux constantes à déterminer. Obtenir, après avoir calculé dI/dt , puis en procédant par identification, deux équations à deux inconnues α et β ; résoudre ce système et obtenir une expression pour $I(t)$ dépendant des constantes B , S , R , L et ω .
- 4) Exprimer la valeur efficace I_{eff} de $I(t)$ après avoir développé son carré $I^2(t)$. On rappelle que la valeur moyenne sur une période $T = 2\pi/\omega$ des fonctions $\sin^2(\omega t)$ et $\cos^2(\omega t)$ vaut $1/2$. Par contre la valeur moyenne de $\sin(\omega t)$ ou de $\cos(\omega t)$ est nulle.
- 5) Tracer la fonction $I_{\text{eff}}(\omega)$ en fonction de ω . Constaté que l'éolienne n'est efficace que si $\omega > \omega_c = R/L$. Donner la limite de $I_{\text{eff}}(\omega)$ aux pulsations élevées.
- 6) La bobine a un moment magnétique $\mathbf{M} = I(t) \mathbf{S}$. Dans le champ magnétique \mathbf{B} , elle subit un couple de forces $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{M} \wedge \mathbf{B}$ porté par l'axe Oz . Exprimer la valeur algébrique $\Gamma(t)$. Ce couple est-il moteur (positif) ou résistant (négatif) ? Est-ce en accord avec la loi de Lenz ?
- 7) La puissance motrice du rotor sous le vent est notée P . Le rotor exerce alors un couple moteur $C = P/\omega$ sur l'alternateur. A l'équilibre, en moyenne, on a $C + \langle \Gamma(t) \rangle = 0$, où $\langle \rangle$ désigne la valeur moyenne sur une période. Déterminer $\langle \Gamma(t) \rangle$. Montrer ensuite qu'il existe une vitesse angulaire de rotation ω_0 d'équilibre uniquement si la puissance du rotor P est inférieure à une puissance critique P_c que l'on exprimera. Dans le cas où P serait supérieur à P_c (vent violent), on bloque l'éolienne pour ne pas la détériorer.

- 8) Tracer l'allure des couples $C(\omega)$ et $|\Gamma(\omega)|$ en fonction de ω . On tracera l'allure de $C(\omega)$ pour $P < P_c$ et pour $P > P_c$. Lorsque $P < P_c$, l'équilibre de l'éolienne est-il stable ?
- 9) La force exercée par le vent sur une surface s est $F = \rho s v^2$ (en Newton), où ρ désigne la masse volumique de l'air et v la vitesse du vent (m/s). La puissance de cette force est $P = F v = \rho s v^3$, mesurée en Watt. Sachant que le rotor a un diamètre $D = 100$ m, que la vitesse du vent est $v = 36$ km/h, que vaut la puissance P du vent (on donne $\rho = 1.3$ kg/m³) ? En pratique, seule une fraction de cette puissance du vent est communiquée au rotor. Quel est alors l'ordre de grandeur de la puissance électrique fournie par une éolienne ?