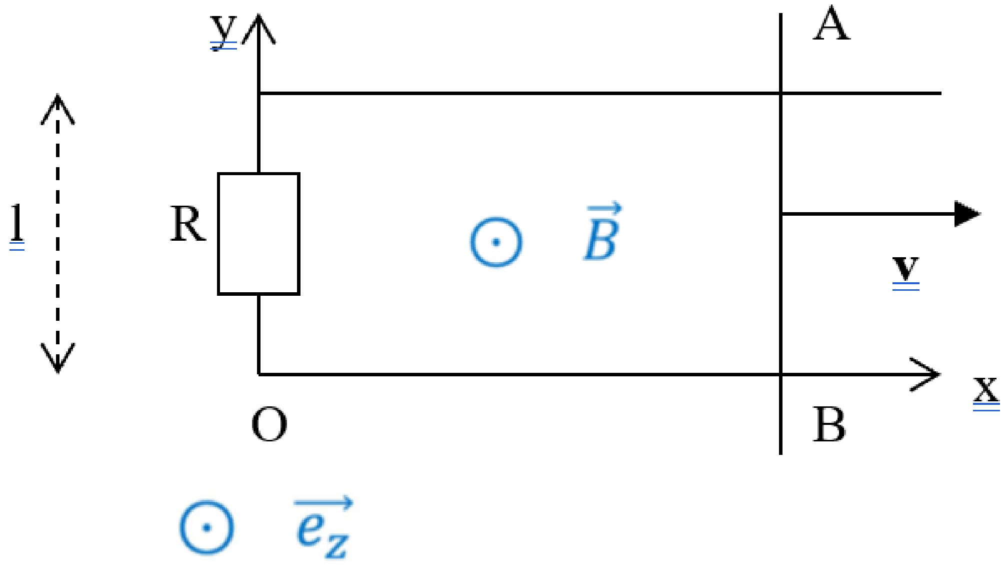
Exercice d'induction magnétique : rails de Laplace, circuit déformable dans un champ magnétique constant, freinage par courant induit



On considère un circuit fermé de résistance globale R constitué de rails conducteurs. Sur ces rails, un barreau conducteur AB est lancé en t = 0 à la vitesse initiale $\mathbf{v_0}$, et glisse sans frottement dans le sens positif de l'axe Ox.
On désigne par l la largeur du circuit et par x = OB la position du barreau.
Ainsi, la vitesse selon Ox est v = dx/dt.
Le circuit est plongé dans un champ magnétique **B** orthogonal au plan du circuit, il est uniforme et constant. Un courant induit I apparaît dans le circuit et ce courant applique une force de Laplace au barreau.

1) Pourquoi un courant induit I apparait-il (loi de Faraday) ?
2) Quel est le sens de la force de Laplace appliquée au barreau et le sens du courant I (loi de Lenz) ?
3) Orienter le circuit dans le sens du courant induit I. Son vecteur surface **S** (de valeur S = x l) est-il dirigé vers l'avant de la figure ($\mathbf{e_z}$) ou vers l'arrière ($-\mathbf{e_z}$) ?
4) Exprimer la force de Laplace **F** appliquée au barreau, placer le vecteur **F** sur le schéma.
5) Exprimer le flux magnétique Φ au travers du circuit en fonction de B, x et l (attention au signe !).
6) en déduire la force électromotrice e en fonction de B, v et l par la loi de Faraday.
7) Ecrire l'équation électrique du circuit sur I(t).
8) Ecrire le PFD appliqué au barreau de masse m en projection selon Ox.
9) Déduire des deux questions précédentes l'équation différentielle sur v(t), vitesse instantanée selon Ox, et l'intégrer pour obtenir une expression de v(t) dépendant de v_0, t et d'une constante de temps τ qu'on explicitera. Remarquer que le barreau freine !
10) En déduire l'expression de I(t)
11) Donner par intégration de v(t) la position x(t) du barreau, sachant qu'en t = 0, x(0) = x_0. Quelle est la distance de freinage d en fonction de v_0 et de τ ?
12) Bilan énergétique : en combinant l'équation électrique et l'équation du mouvement, obtenir une équation unique dans laquelle apparaît la puissance Joule et la puissance cinétique (dérivée de l'énergie cinétique par rapport au temps).
13) Montrer par intégration de cette équation sur l'intervalle de temps [0, +∞[que l'énergie cinétique initiale est intégralement convertie en chaleur par effet Joule.