Master

M1

Fonction de Planck

Atomes hydrogénoïdes

Lois de l'équilibre statistique

Spectres de raies

Largeur naturelle, élargissement par agitation thermique, profils Lorentzien, Gaussien, de Voigt

Effet Doppler et vitesses radiales

Effet Zeeman et détermination des champs magnétiques

Rayonnement continu

VII - Fonction de Planck du corps noir : densité de rayonnement et intensité

Paradoxalement, le spectre continu (donc en négligeant les raies spectrales) du soleil et des étoiles est proche d'un spectre de corps noir (objet idéal de température T qui absorbe toute lumière extérieure tombant sur lui, et qui n'émet aucune radiation vers l'extérieur). Le spectre de corps noir fournit une bonne approximation de la température de surface (dite effective) des étoiles.

La densité spectrale d'énergie du corps noir est :
$E_\nu = (8 \pi h \nu^3 / C^3) \; / \; [\exp (h \nu / k T) - 1]$ en $J \, m^{-3} \, Hz^{-1}$

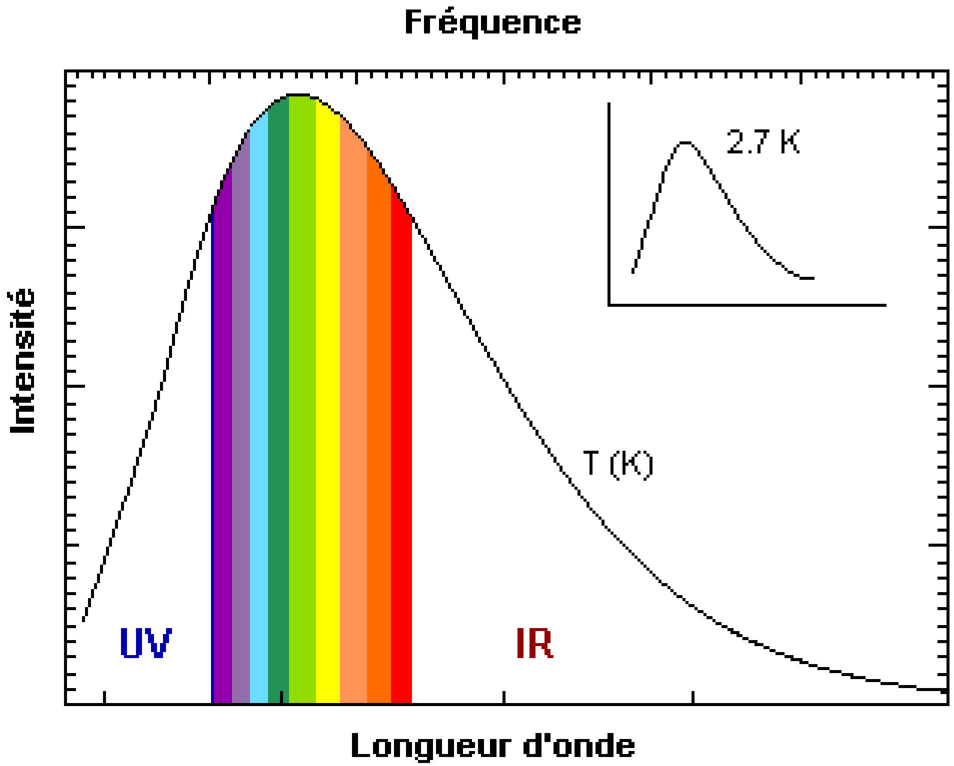
L'intensité spectrale du corps noir est :

$\boxed{B_\nu = E_\nu (C / 4\pi) = (2 h \nu^3 / C^2) \; / \; [\exp (h \nu / k T) - 1]}$ en $W \, st^{-1} \, m^{-2} \, Hz^{-1}$ (st = stéradian)

De la relation $\underline{B_\nu \, d\nu = B_\lambda \, d\lambda}$ avec $\lambda = C/\nu$, il vient $B_\lambda = B_\nu \, C/\lambda^2$ d'où :

$$\boxed{B_\lambda = (2 h C^2 / \lambda^5) \; / \; [\exp (h C / \lambda k T) - 1]}$$

L'intensité spectrale du corps noir pour T = 5750 K est représentée ci dessous avec en superposition l'intensité spectrale de rayonnement du soleil en fonction de la longueur d'onde.



Loi de PLANCK (corps noir) $B(\lambda) = (2hC^2/\lambda^5) / \exp(hC/\lambda kT - 1)$

Loi de Stefan Boltzmann flux $F = \sigma\, T^4$ Wm^{-2} par intégration de $B(\lambda)$ $\cos\theta$ sur λ et sur l'angle solide $\sin\theta\, d\theta\, d\varphi$ avec $0<\theta<\pi/2$ et $0<\varphi<2\pi$

Flux lumineux en W/m^2 intégré sur toutes les longueurs d'onde

$F = \sigma\, T^4 = L/4\pi R^2$ → T effective solaire = 5750 K

I - Le spectre des atomes hydrogénoïdes (transitions quantiques)

Un atome hydrogénoïde est composé d'un noyau de charge électrique +Ze et d'un unique électron de charge –e. On peut citer par exemple l'hydrogène neutre HI, dont les raies sont caractéristiques de la chromosphère (10000 K), et l'ion HeII, dans la transition chromosphère couronne (80000 K). En théorie classique, on considère que l'électron est en rotation autour du noyau à la vitesse angulaire ω et à la distance r du noyau, de telle sorte que l'accélération centripète est égale à la force d'attraction coulombienne:

$$\boxed{m_e\, \omega^2\, r = Z\, e^2 / (4\, \pi\, \varepsilon_0\, r^2)}$$

Dans le modèle de Bohr, le moment cinétique orbital L de l'électron est quantifié par la loi:

$$\boxed{\mathbf{L = n\, \hbar = m_e\, \omega\, r^2}}$$

Où $\hbar = h / 2\pi$ et où n est un nombre entier positif.

En éliminant ω, on déduit de ces deux relations $r = (n^2\, \hbar^2 / m_e)\, (4\, \pi\, \varepsilon_0 / Z\, e^2)$, ou encore

$$\boxed{\mathbf{r = n^2\, h^2\, \varepsilon_0\ /\ (m_e\, \pi\, Z\, e^2)}}$$

soit numériquement $r = 0.53\, n^2 / Z$ Angströms (1 Å = 10^{-10} m). Le rayon de l'atome d'hydrogène est égal à $h^2\, \varepsilon_0\ /\ (m_e\, \pi\, e^2) = 0.53$ Å au niveau fondamental (n = 1, Z = 1).

L'énergie totale E_n de l'atome est la somme des énergies cinétiques $\frac{1}{2}\, m_e\, \omega^2\, r^2$ et de l'énergie potentielle $-Z\, e^2 / (4\, \pi\, \varepsilon_0\, r)$. En remplaçant r et $\omega = n\, \hbar / (m_e\, r^2)$ par leur valeur en fonction de n et de Z, on trouve :

$$\boxed{E_n = -\, (Z^2 / n^2)\, [\, e^4\, m_e / (8\, h^2\, \varepsilon_0^2)\,] = -\, R_H\, Z^2 / n^2 = -13.6\, Z^2 / n^2 \text{ électrons Volt}}$$

$$\boxed{E_n = -(Z^2/n^2)\,[\,e^4 m_e / (8 h^2 \varepsilon_0^2)\,] = -R_H Z^2/n^2 = -13.6\,Z^2/n^2 \text{ électrons Volt}}$$

$R_H = e^4 m_e / (8 h^2 \varepsilon_0^2)$ est la constante de Rydberg égale numériquement à 13.6 eV.

Les transitions quantiques entre deux niveaux m et n font intervenir l'absorption ou l'émission d'un photon dont l'énergie est donnée par la loi de Planck et correspond à la différence d'énergie entre les deux niveaux électroniques m et n:

$$\boxed{h\,\nu_{mn} = h\,C/\lambda_{mn} = -R_H Z^2 (1/n^2 - 1/m^2)}$$

ν_{mn} et λ_{mn} sont respectivement la fréquence et la longueur d'onde de la transition quantique. Ces résultats, obtenus de manière simplifiée par la théorie classique, sont concordants avec la théorie quantique basée sur la résolution de l'équation de Schrödinger.

L'énergie d'ionisation à partir du niveau de départ n vaut $E_i = R_H Z^2/n^2 = \boxed{13.6\,Z^2/n^2 \text{ eV}}$; pour l'atome d'Hydrogène, l'énergie d'ionisation à partir du fondamental (n = 1, Z = 1) est égale à la constante de Rydberg $R_H = 13.6$ eV.

Le spectre de l'atome d'Hydrogène (Z = 1)

UV : Série de **Lyman**, transitions du niveau **1 → n >1** : $\Delta E = h\nu = h\,C/\lambda = R_H (1 - 1/n^2)$

$\Delta E = h\nu$: 10.2 eV → 13.6 eV (continu); en λ : 1216 Å (Ly α) → 912 Å (continu de Lyman)

Dénomination : Ly α 1 → 2 ; Ly β 1 → 3 ; Ly γ 1 → 4 …

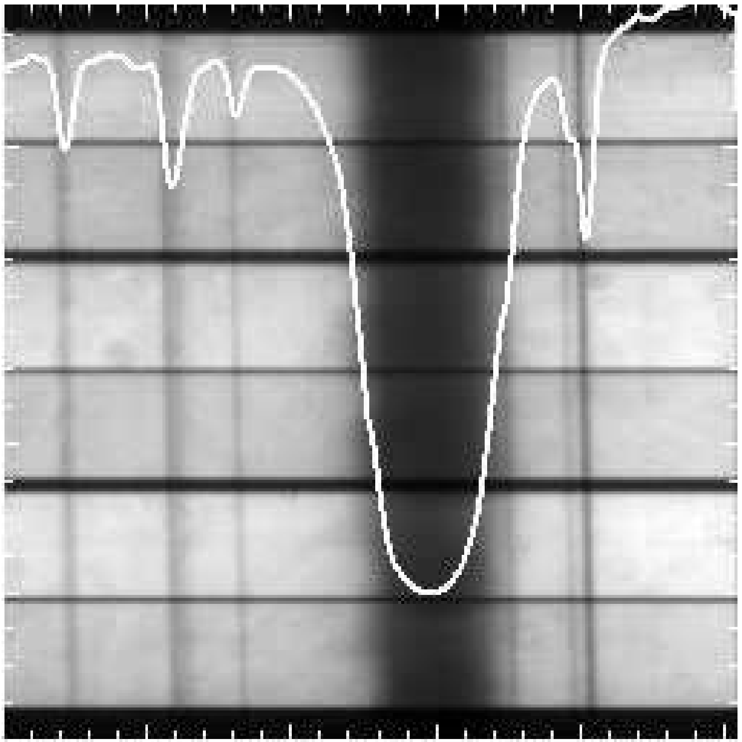
Energie d'ionisation 13.6 eV ou 912 Å

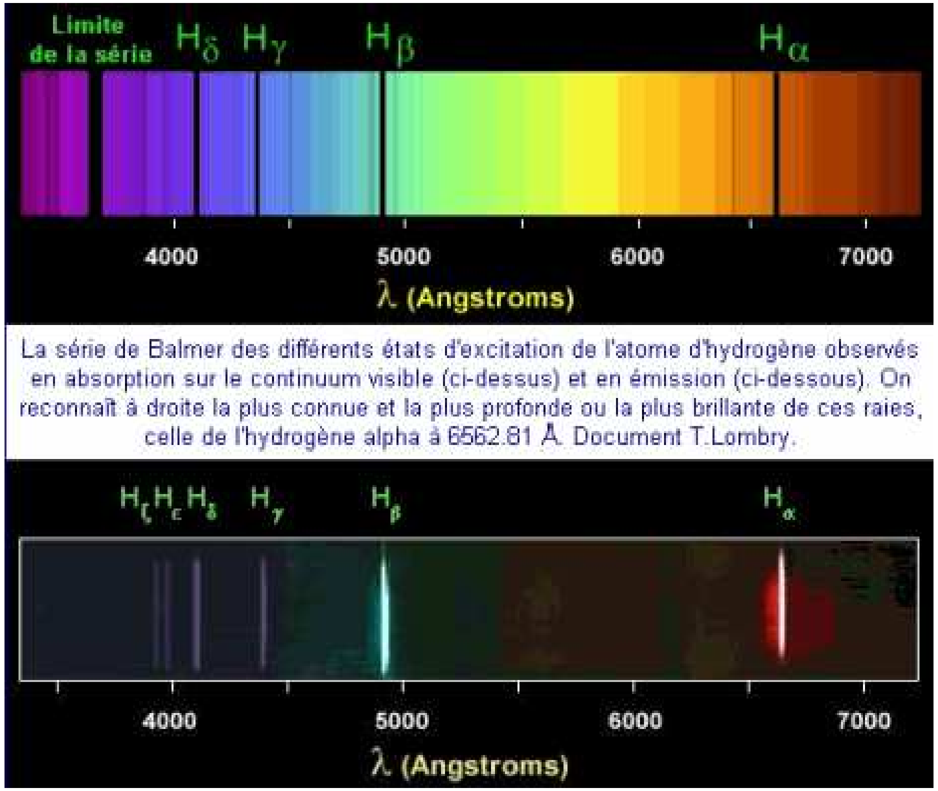
Visible : série de **Balmer**, transitions du niveau **2** $\rightarrow$ **n** >**2** : $\Delta E = h\nu = hC/\lambda = R_H\,(1/4 - 1/n^2)$
$\Delta E = h\nu$: 1.9 eV $\rightarrow$ 3.4 eV (continu); en λ : 6563 Å (H α) $\rightarrow$ 3650 Å (continu de Balmer)
Dénomination : H α 2 $\rightarrow$ 3 ; H β 2 $\rightarrow$ 4 ; H γ 2 $\rightarrow$ 5 …
Energie d'ionisation 3.4 eV ou 3650 Å

IR, Série de **Paschen**, transitions du niveau **3** $\rightarrow$ **n** >**3** : $\Delta E = h\nu = hC/\lambda = R_H\,(1/9 - 1/n^2)$
$\Delta E = h\nu$: 0.7 eV $\rightarrow$ 1.5 eV (continu); en λ : 18775 Å (Pa α) $\rightarrow$ 8214 Å (continu de Paschen)
Dénomination : Pa α 3 $\rightarrow$ 4 ; Pa β 3 $\rightarrow$ 5 ; Pa γ 3 $\rightarrow$ 6 …
Energie d'ionisation 1.5 eV ou 8214 Å

Série de Balmer

Hα →

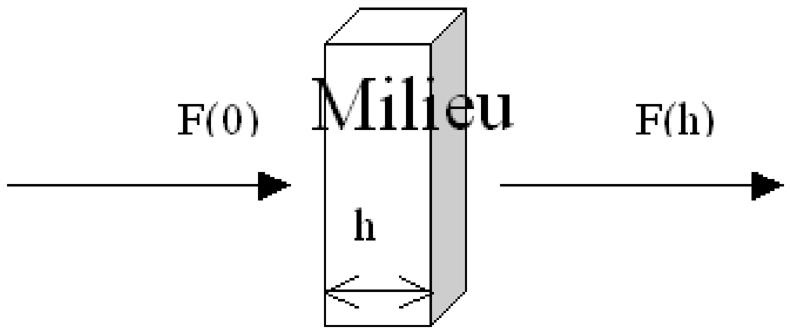




II – Sections efficaces

Les sections efficaces servent à quantifier les interactions matière rayonnement. Elles représentent une surface d'interaction et se mesurent en m^2.

Considérons un flux F de particules rencontrant un obstacle composé de N cibles par unité de volume, d'épaisseur h, et appelons σ la section efficace d'interaction.



On peut écrire $\boxed{dF = - F \sigma N dx}$ avec σ en m^2 et N en m^{-3}

En intégrant (en supposant σ et N indépendants de x), il vient $F(h) = F(0) \exp(- \sigma N h)$

La quantité $\boxed{\tau = \sigma N h \text{ est l'épaisseur optique}}$ du milieu. Lorsqu'on observe le soleil, on voit les régions dont la profondeur optique est voisine de 1.

Plus généralement, on peut écrire $d\tau = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{N} \mathbf{dx}$; dans ce cas $F(h) = F(0) \exp(- \tau)$ avec $\tau = \int_0^h \boldsymbol{\sigma} \mathbf{N} \mathbf{dx}$

- Sections efficaces de collision avec des éléctrons libres : $\sigma \approx 10^{-20}$ $m^2 \approx \pi r^2$ (r rayon de Bohr de l'atome d'hydrogène)
- Sections efficaces de collision avec les photons (photo ionisation) : $\sigma \approx 10^{-21}$ à 10^{-22} m^2
- Sections efficaces de collision avec les photons (photo excitation) : $\sigma \approx 10^{-14}$ à 10^{-16} m^2
- Section de diffusion Thomson des photons par les électrons libres : $\sigma \approx 6.65\ 10^{-29}$ m^2

Pour une raie spectrale ou transition m,n centrée sur la fréquence ν_{nm}

Section efficace d'interaction électron/rayonnement

Largeur naturelle de la raie (transition ν_{nm} entre 2 niveaux m et n):

Le profil naturel est Lorentzien et très étroit (<0.01 Å)

$$\sigma(\nu) = (\sigma_0/\pi)\ (\gamma/2\pi) \,/\, [(\nu-\nu_{nm})^2 + (\gamma/2\pi)^2] \text{ avec } \gamma = (\gamma_n + \gamma_m)/2$$

γ_n , γ_m sont les inverses des durées de vie finies des niveaux d'énergie n et m (de l'ordre de 10^{-9} s)

Dispersion des fréquences par agitation thermique

Elargissement par agitation thermique d'une raie (transition ν_{nm}):

Les vitesses V des atomes ont une distribution maxwellienne dont la vitesse la plus probable est $v_t = (2\ k\ T\ /\ m)^{1/2}$ et de vitesse efficace donnée par $\frac{1}{2}\ mV^2 = 3/2\ kT$

Le profil est Gaussien et large (>0.1 Å); la vitesse V de la distribution en $e^{-1/2\ mV^2/kT}$ est reliée à la fréquence par $(\nu-\nu_{nm})/\nu_{nm} = V/C$; on obtient alors la section efficace

$$\sigma(\nu) = (\sigma_0/\sqrt{\pi})\ (1/\ \Delta\nu_D)\ e^{-[(\nu-\nu_{nm})\ /\Delta\nu_D]^2} \text{ avec } \Delta\nu_D = \nu_{nm}\ (v_t\ /C)$$

$\Delta\nu_D$ = demi largeur Doppler de la raie en fréquence et $v_t = (2\ k\ T\ /\ m)^{1/2}$

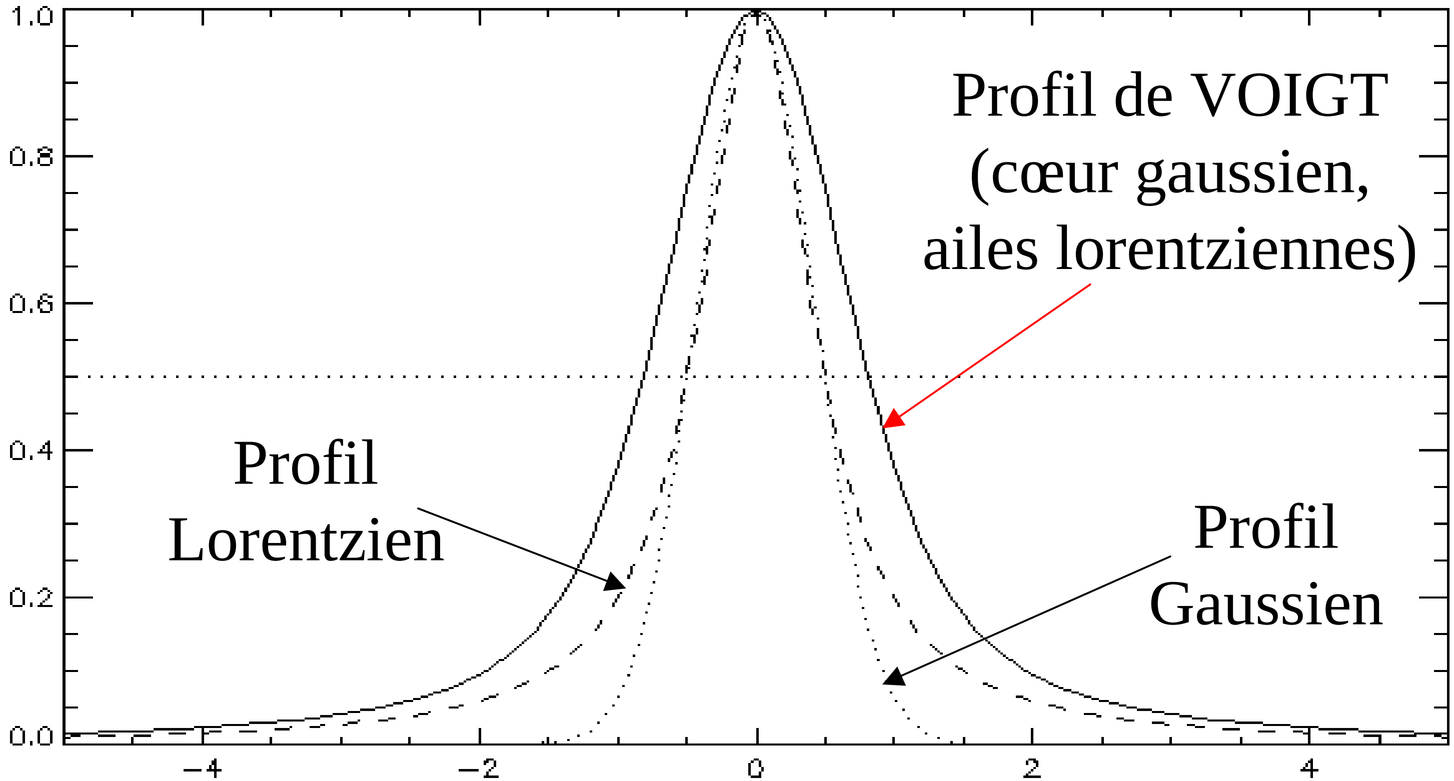
Effet des collisions: profil Lorentzien de largeur en fréquence γ_{coll}

Les largeurs naturelles $\gamma = \gamma_m + \gamma_n$ et collisionnelles γ_{coll} sont additives (produit de convolution de 2 Lorentziennes, $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$)

Effet des mouvements macro turbulents (vitesse moyenne v_m) :
la largeur Doppler augmente $\Delta\nu_D = \nu_{mn} (v_m{}^2 + v_t{}^2)^{1/2} / C$
v_t vitesse thermique, les largeurs s'ajoutent quadratiquement (produit de convolution de 2 Gaussiennes, $\sigma^2 = \sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2$)

La section efficace résultante est la convolution d'une Gaussienne de largeur Doppler $\Delta\nu_D = \nu_{mn} (v_m{}^2 + v_t{}^2)^{1/2} / C$ et d'une Lorentzienne de largeur $\Gamma/4\pi = [\gamma_m + \gamma_n + \gamma_{coll}]/4\pi$, que l'on appelle profil de Voigt, donné par la fonction de Harris H(a,u) , tabulée et calculable numériquement:

$$(a/\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} / (a^2 + (u-y)^2) \, dy \quad \text{où } u = (\nu - \nu_{mn}) / \Delta\nu_D \text{ et } a = \Gamma / (4\pi \, \Delta\nu_D)$$

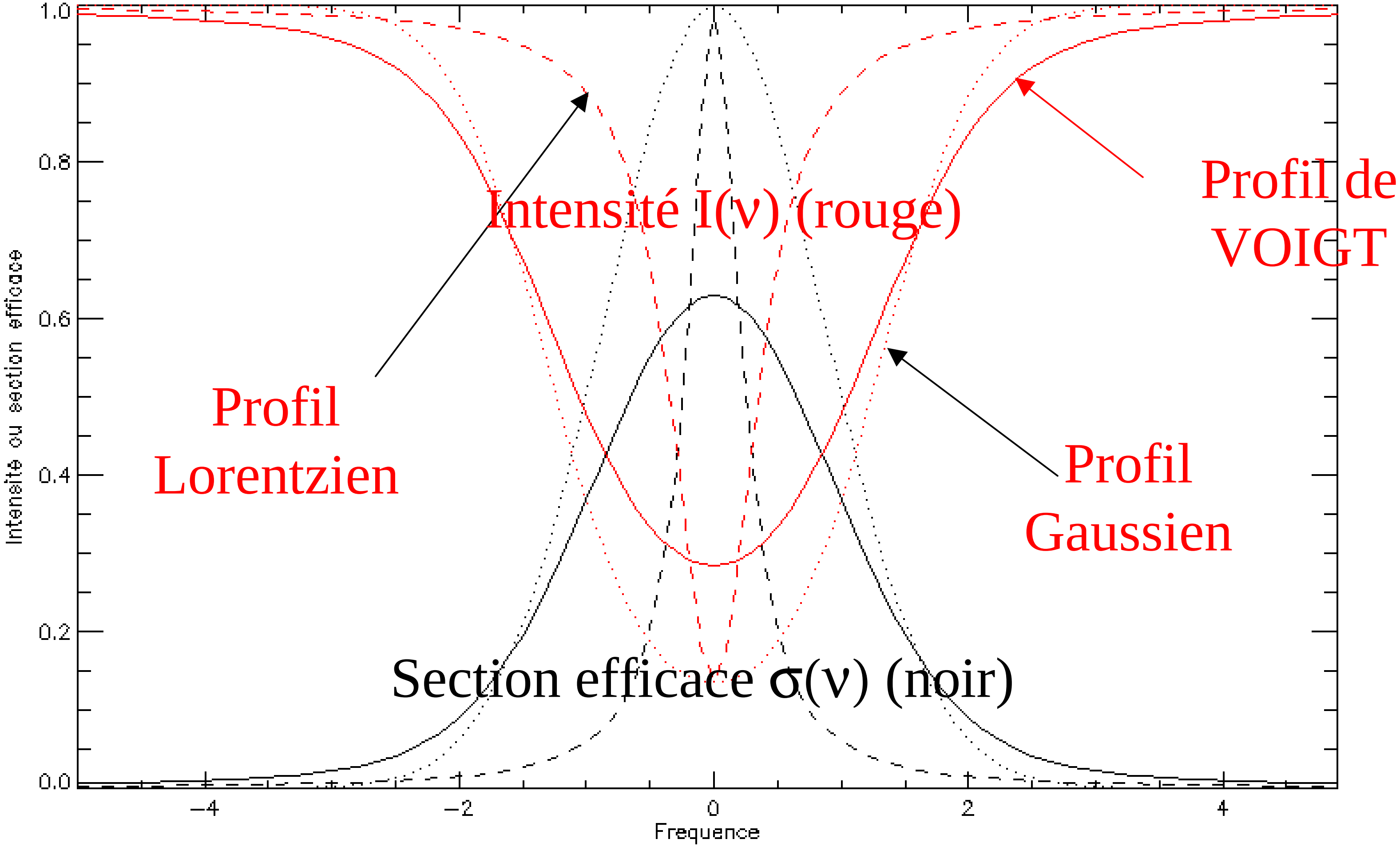


Raies d'émission (en milieu optiquement mince):

Profil Lorentzien : $L(x) = a^2 / (a^2 + x^2)$; Profil Gaussien : $G(x) = e^{-(x^2/b^2)}$

La combinaison est un produit de convolution appelé profil de VOIGT:

$$G*L\,(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(u-x)\,G(x)\,dx = \int_{-\infty}^{+\infty} [a^2/(a^2 + (u-x)^2]\, e^{-(x^2/b^2)}\,dx = \pi\, a\, H(a/b, u/b)$$



Cas des **raies d'absorption:** équation de transfert du rayonnement

$dI(\nu)/d\tau = I(\nu)$ avec en $z = 0$, $I(\nu)$ = corps noir $B(\nu)$,

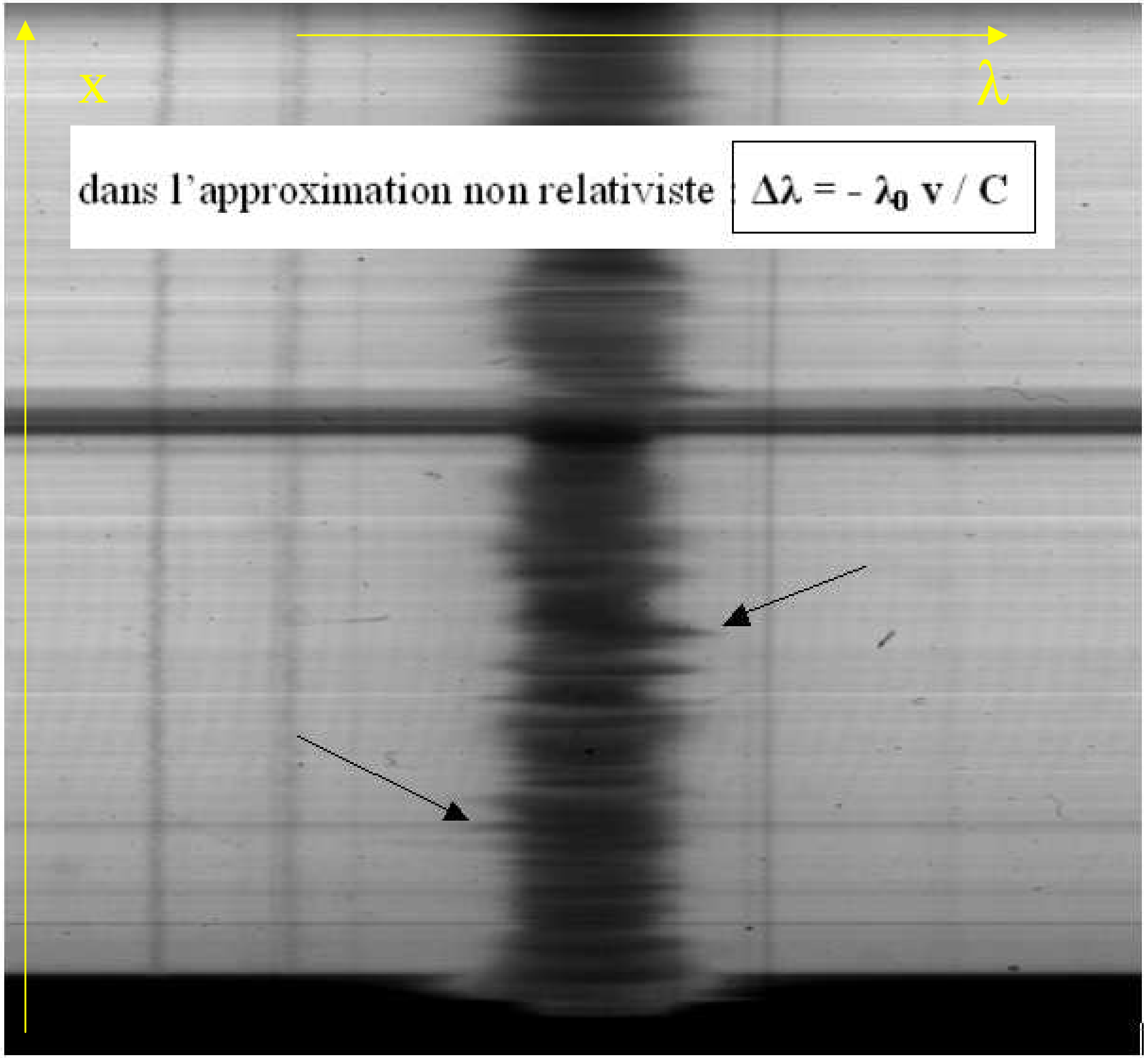
$d\tau = - \sigma(\nu)\, n\, dz$, z altitude, n = nombre d'atomes/unité volume,

$$I(\nu) = B(\nu)\, e^{-\sigma(\nu) n z} \approx B(\nu)\, (\, 1 - \sigma(\nu)\, n\, z\,)$$

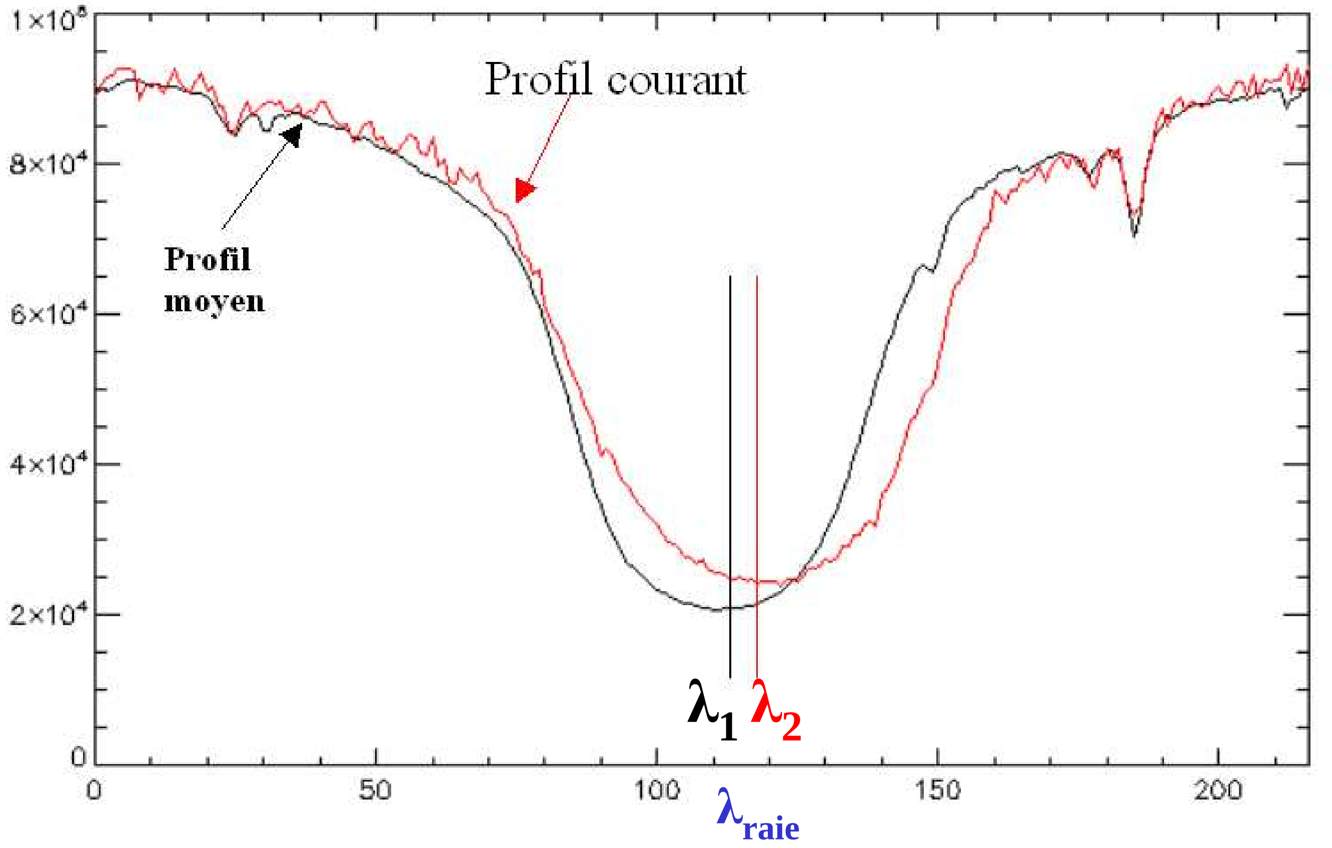
Effet Doppler macroscopique

Mouvements d’approche, d’éloignement

EFFET DOPPLER V// = C Δλ/λ



Effet Doppler sur la raie Hα



La vitesse radiale s'obtient à partir du décalage Doppler entre le profil moyen non perturbé (soleil calme) et le profil étudié, **mesuré par la position du minimum (ou mieux du centre de gravité)**.

$$\boxed{v / C = (\lambda_1 - \lambda_2)/ \lambda_{raie}}$$ en général, $|\lambda_1 - \lambda_2|/ \lambda_{raie} << 1$

Transitions quantiques

L'atome plongé dans un champ magnétique

Effet Zeeman

XII - Effet Zeeman – approche classique

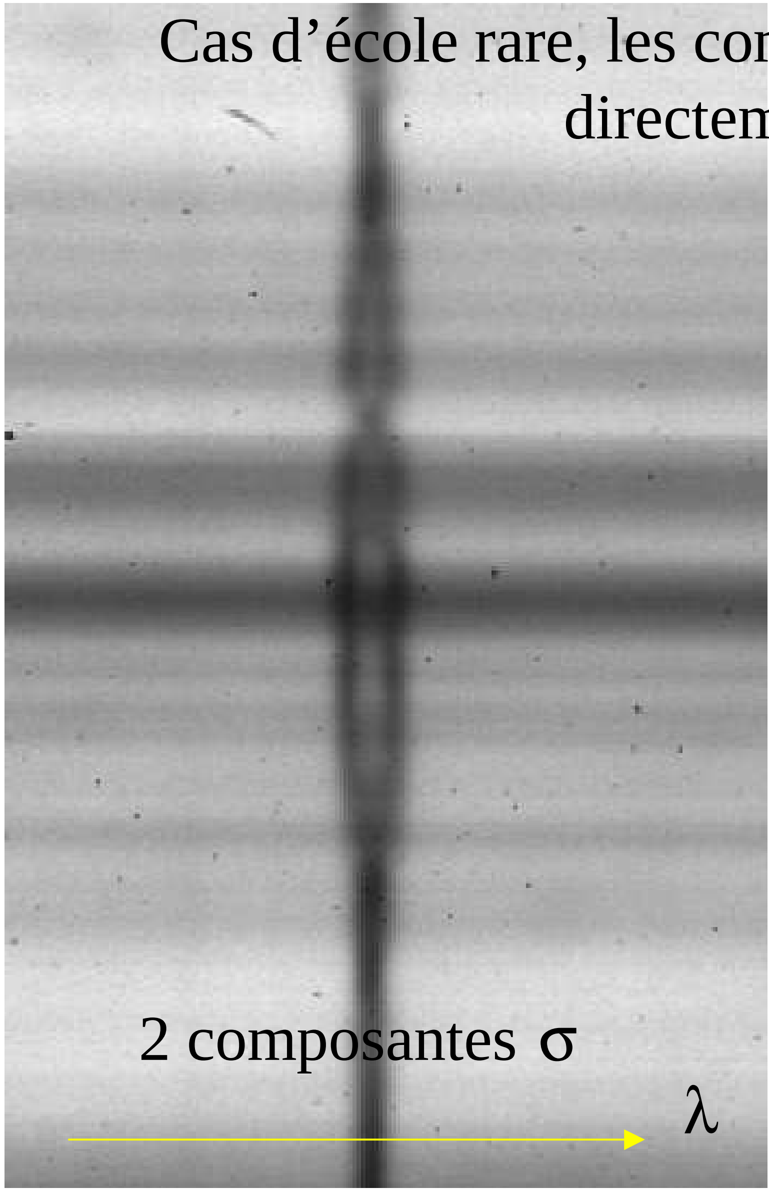
Lorsque les atomes sur la ligne de visée sont plongés dans un champ magnétique, les raies se scindent en plusieurs composantes. Dans l’effet Zeeman, on observe deux composantes décalées de part et d’autre de la position de la raie sans champ, et polarisées **circulairement** autour de la direction du champ**,** que l’on appelle σ+ et σ-. Il existe une troisième composante centrale polarisée **linéairement** dans la direction du champ magnétique et appelée composante π. La composante π n’est pas décalée par rapport à la position initiale de la raie sans champ.

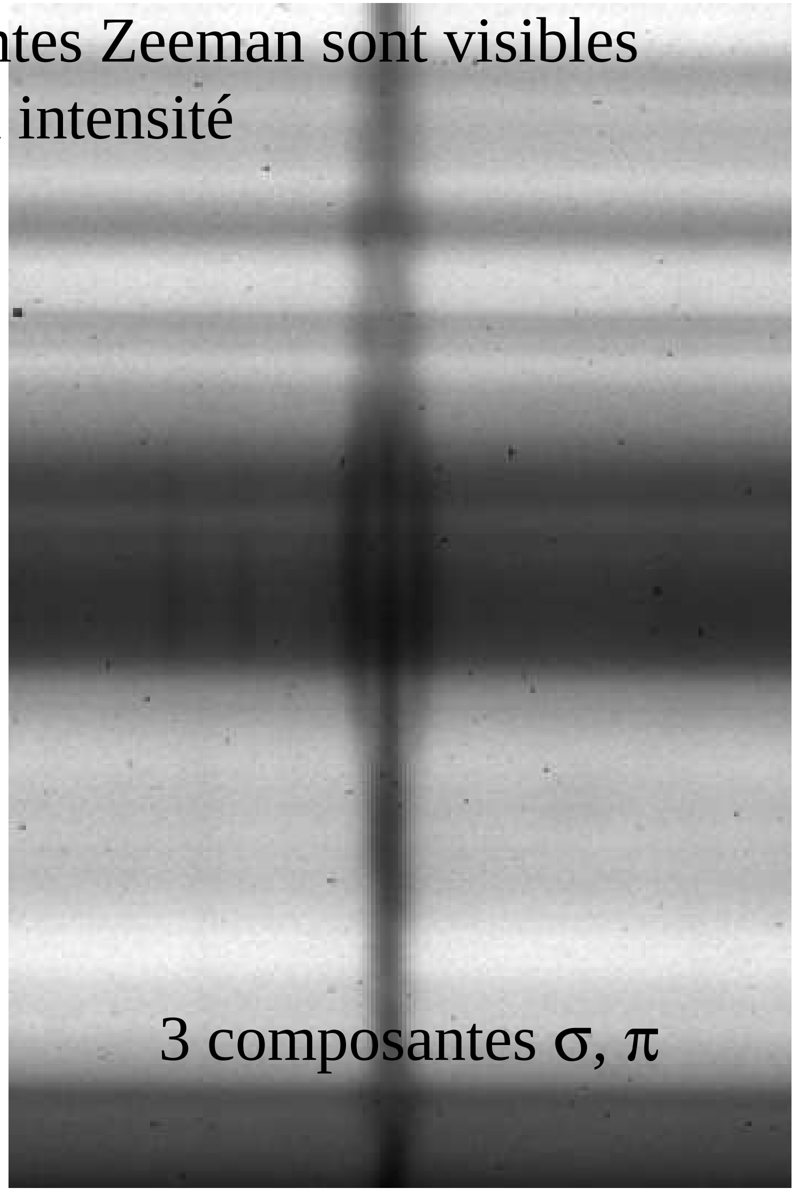
Si le champ est purement **longitudinal** (orienté dans la direction de l’observateur), on ne voit que les deux composantes décalées σ+ et σ- en polarisation circulaire.

Si le champ est purement **transversal** (orienté dans le plan du ciel), on voit les trois composantes mais elles apparaissent toutes trois polarisées linéairement : les composantes σ+ et σ- tournent perpendiculairement au champ magnétique donc apparaissent linéaires (cercles vus par la tranche) et la composante π est parallèle au champ magnétique).

Effet Zeeman sur FeI 6173 dans une tache solaire:

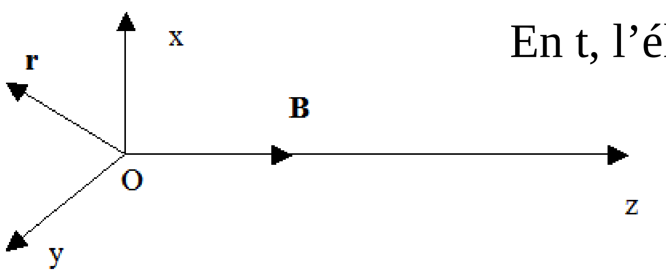
Cas d'école rare, les composantes Zeeman sont visibles directement en intensité





Oscillateur harmonique en présence de champ magnétique et effet Zeeman

Modèle d'atome:
électron mobile autour d'un noyau fixe en O, mouvement décrit par un oscillateur harmonique; force de rappel - k **OM** (k constante positive). Charge -e et masse m. L'électron est dans un champ magnétique extérieur **B =** B $\mathbf{e_z}$ constant sans frottement.



En t, l'électron est en M (x(t), y (t), z(t)).

Le PFD appliqué à l'électron s'écrit vectoriellement avec **r = OM** (x, y, z)

$$m\, d^2\mathbf{r}/dt^2 = -k\,\mathbf{r} - e\, d\mathbf{r}/dt \wedge B\, \mathbf{e_z}$$

$$\begin{cases} d^2x/dt^2 + \omega_0^2\, x + \omega_g\, dy/dt = 0 & (1) \\ d^2y/dt^2 + \omega_0^2\, y - \omega_g\, dx/dt = 0 & (2) \\ d^2z/dt^2 + \omega_0^2\, z = 0 & (3) \end{cases}$$

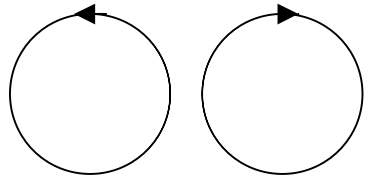
$\omega_0 = (k/m)^{1/2}$ pulsation propre liée à la force de rappel du noyau
et
$\omega_g = eB/m$ pulsation gyromagnétique

(3) donne selon Oz: $z(t) = z_0 \cos(\omega_0 t)$, vibration de pulsation ω_0 dans la direction du champ magnétique. La vibration est polarisée linéairement.

(1) et (2) donnent dans le plan xOy:

$$\begin{cases} x = x_0 \cos(\omega_0+\omega_g/2)t \\ y = x_0 \sin(\omega_0+\omega_g/2)t \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = x_0 \cos(\omega_0-\omega_g/2)t \\ y = -\, x_0 \sin(\omega_0-\omega_g/2)t \end{cases}$$

$(\omega_0+\omega_L)$ $(\omega_0-\omega_L)$



gauche droite

$\boxed{\omega_L = \omega_g/2 = e\,B\,/\,2\,m}$ pulsation de Larmor

Ces deux vibrations décrivent un cercle dans le plan perpendiculaire au champ magnétique. Elles sont polarisées circulairement gauche et droite, selon la vitesse angulaire $(\omega_0 \pm \omega_L)$

L'écart entre les deux pulsations étant $\boxed{\Delta\omega = 2\omega_L}$, on en déduit l'écart en longueur d'onde:

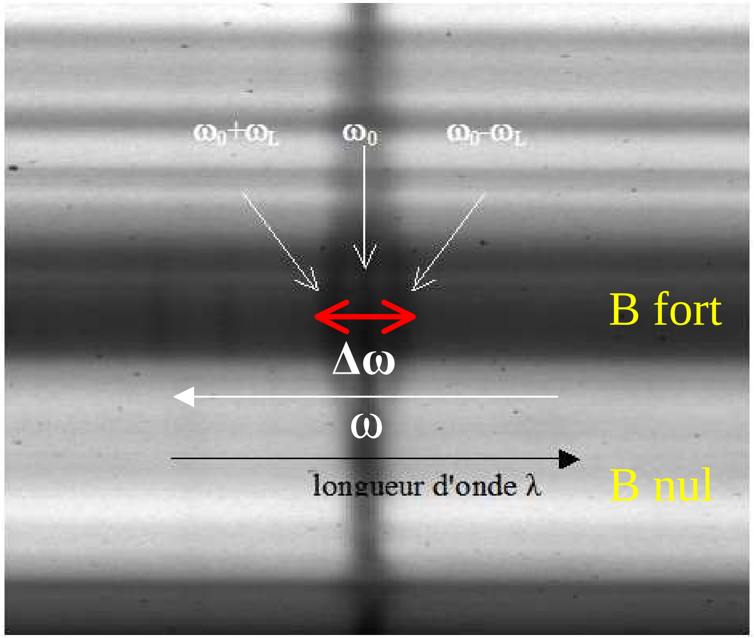
$$\lambda = CT = 2\pi C/\omega \rightarrow \Delta\lambda = \lambda^2\,\Delta\omega\,/\,2\pi C = \lambda^2\,\omega_g\,/\,2\pi C \rightarrow \boxed{\Delta\lambda = (e\,/\,2\pi mC)\,\lambda^2\,B} \rightarrow B$$

Effet Zeeman et mesure du champ magnétique à distance

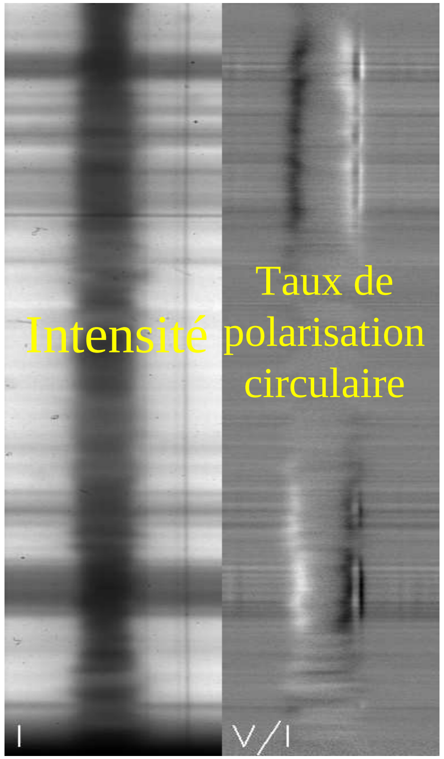
La mécanique quantique introduit un facteur multiplicatif, le <u>facteur de Landé équivalent g*</u> de la transition (ce facteur est tabulé):

$$\boxed{\Delta\lambda = \lambda^2\, \Delta\omega / 2\pi C = (e / 2\pi m C)\, g^*\, \lambda^2\, B}$$

<u>La mesure de l'écartement Δω ou Δλ fournit la valeur du champ magnétique B à distance</u>.



Bien souvent les mesures d'écartement sont impossibles sur les intensités I(λ) car trop faible donc invisible. On doit alors isoler les deux polarisations circulaires droites et gauche I+V(λ) et I-V(λ) avec un polarimètre pour faire cette mesure. <u>Exemple de la raie Hα</u>, effet Zeeman invisible sur I(λ) mais visible sur V/I(λ) →



XIII - Effet Zeeman – approche quantique

Les niveaux d'énergie des atomes sont discrets et quantifiés par des nombres entiers ou demi entiers introduits par la théorie quantique. Pour décrire l'état d'un atome, on a besoin de connaître :

- le moment cinétique orbital total **L** de l'ensemble des électrons de l'atome
- le moment cinétique se spin total **S** de l'ensemble des électrons de l'atome
- le moment cinétique total **J = L + S** de l'ensemble des électrons de l'atome dans le cadre du couplage spin orbite (entier ou demi entier)
- la projection m_J du moment cinétique total J de l'ensemble des électrons de l'atome sur un axe, par exemple l'axe Oz. m_J ne peut prendre que 2 J + 1 valeurs discrètes possibles (entières ou demi entières) telles que : $\boxed{-J \leq m_J \leq J}$

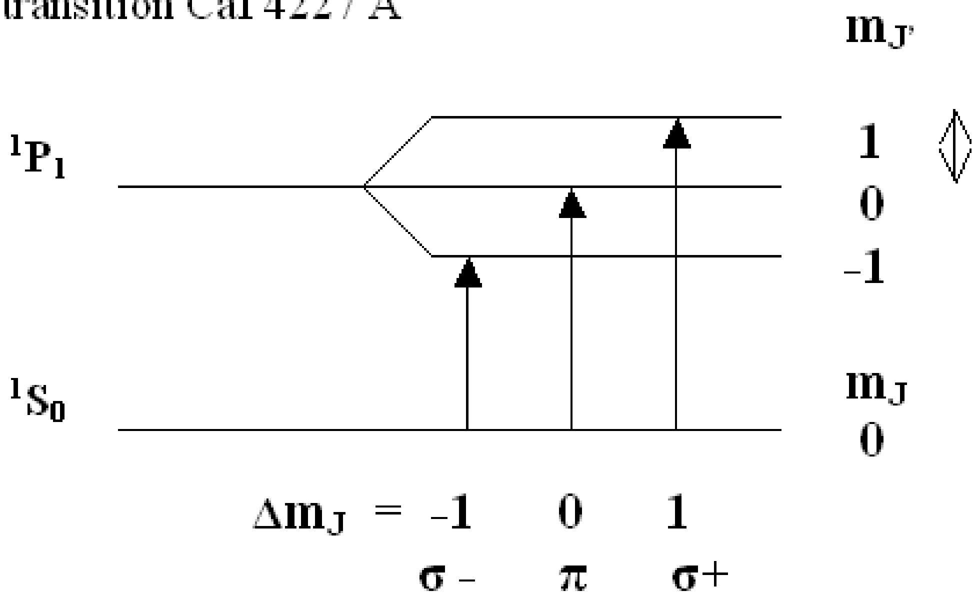
Un atome caractérisé par les nombres L, S, J possède une configuration notée : $\boxed{{}^{2S+1}L_J}$ et son énergie ne dépend pas de m_J.

Il y a donc $\boxed{\textbf{2 J + 1 niveaux de même énergie}}$: on dit qu'il y a dégénérescence.
Le niveau L = 0 est noté S, L = 1 est appelé P, L = 2 est nommé D, etc…

XIII – 2 - Effet Zeeman

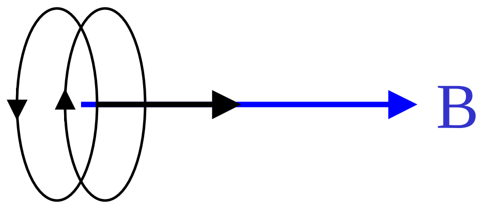
En présence de champ magnétique, la dégénérescence des niveaux d'énergie (2 J + 1) est levée et chaque niveau L S J se scinde en 2 J + 1 sous niveaux, dont l'énergie dépend maintenant de m_J qui n'est pas intervenu jusqu'ici.

Exemple : transition CaI 4227 Å



$\Delta E' = (e\,\hbar / 2m)\,B$

$$\boxed{\Delta m_J = 0, +1, -1}$$



La transition **$\Delta m_J = 0$** est dite **composante π** ; elle est polarisée linéairement dans la direction du champ magnétique (direction de polarisation = direction du champ électrique de l'onde).

Les transitions **$\Delta m_J = \pm 1$** sont dites **composantes σ+ et σ-**. La polarisation est circulaire droite ou gauche autour de la direction du champ magnétique.

En conclusion :

- La mesure de la polarisation circulaire donne accès au champ magnétique projeté sur la ligne de visée (composante longitudinale)
- La mesure de la polarisation linéaire donne accès au champ magnétique projeté sur le ciel (composante transverse)

La variation d'énergie $\boxed{\Delta E \text{ entre les sous niveaux } \mathbf{L'S'J'm_{J'}} \text{ et } \mathbf{LSJm_J}}$ est donnée par la mécanique quantique :

$$\boxed{\Delta E = h\,\Delta\nu = -\,h\,C\,\Delta\lambda\,/\,\lambda^2 = (e\,\hbar\,/\,2m)\,B\,(\,g_{J'}\,m_{J'} - g_J\,m_J\,) = \mu_B\,B\,(\,g_{J'}\,m_{J'} - g_J\,m_J\,)}$$

$g_{J'}$ et g_J sont les facteurs de Landé des niveaux haut et bas de la transition. Ils sont donnés par :

$$g_{J'} = 3/2 + [\,S'(S'+1) - L'(L'+1)\,]\,/\,[\,2J'\,(J'+1)\,]$$

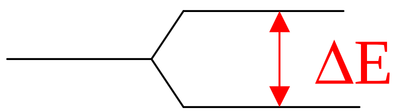
$$g_J = 3/2 + [\,S(S+1) - L(L+1)\,]\,/\,[\,2J\,(J+1)\,]$$

$\boxed{\mu_B = e\,\hbar\,/\,2m}$ est le magnéton de Bohr ou moment magnétique de l'électron.

Pour la transition $\Delta m_J = 0$, $\Delta E = h\,\Delta\nu = (e\,\hbar\,/\,2m)\,B\,(\,g_{J'} - g_J\,)\,m_J$ donne des valeurs symétriques autour de $m_J = 0$: le centre de gravité de la composante π ne se déplace pas.

Distance entre 2 sous niveaux d'un même niveau:

$$\Delta E = g_J\,\mu_B\,B \text{ ou } \Delta E' = g_{J'}\,\mu_B\,B$$



XIII - 3 - Effet Zeeman « normal » et effet Zeeman « anormal »

effet Zeeman « normal »

En spin nul ($S = S' = 0$, $J = L$, $J' = L'$), les sous niveaux correspondant aux états **L'S'J'm$_{J'}$**, et **LSJm$_J$** sont équidistants ($g_{J'} = g_J = 1$), la différence d'énergie entre 2 sous niveaux adjacents étant égale à μ_B B. On observera donc **3 composantes** Zeeman écartées de la différence d'énergie $\Delta E_B = 0$ (composante π), $\Delta E_B = \pm \mu_B B$ (composantes σ).

effet zeeman « anormal »

En spin non nul ($S \neq S' \neq 0$), les sous niveaux correspondant aux états **L'S'J'm$_{J'}$**, et **LSJm$_J$** ne sont pas équidistants, la différence d'énergie entre 2 sous niveaux adjacents étant égale à:
$\mu_B B g_{J'}$ ou $\mu_B B g_J$ car $g_{J'} \neq g_J$: il y a **plus de 3 composantes** Zeeman. Dans ce cas d'effet Zeeman « anormal », on introduit pour simplifier la notion de **centre de gravité** des multiples composantes π , σ+, σ- données par $\Delta m_J = 0, \pm 1$ et <u>on se ramène à l'effet Zeeman normal</u>:

$\Delta E_B = 0$ (composante π), $\Delta E_B = \pm g^* \mu_B B$ (composantes σ).

$$\boxed{g^* = \tfrac{1}{2}(g_J + g_{J'}) + \tfrac{1}{4}(g_J - g_{J'})\,(\,J(J+1) - J'(J'+1)\,)}$$

Variation d'énergie de la <u>transition</u> en présence de champ magnétique

$$\Delta E_B = 0\,,\ \pm g^* \mu_B B$$

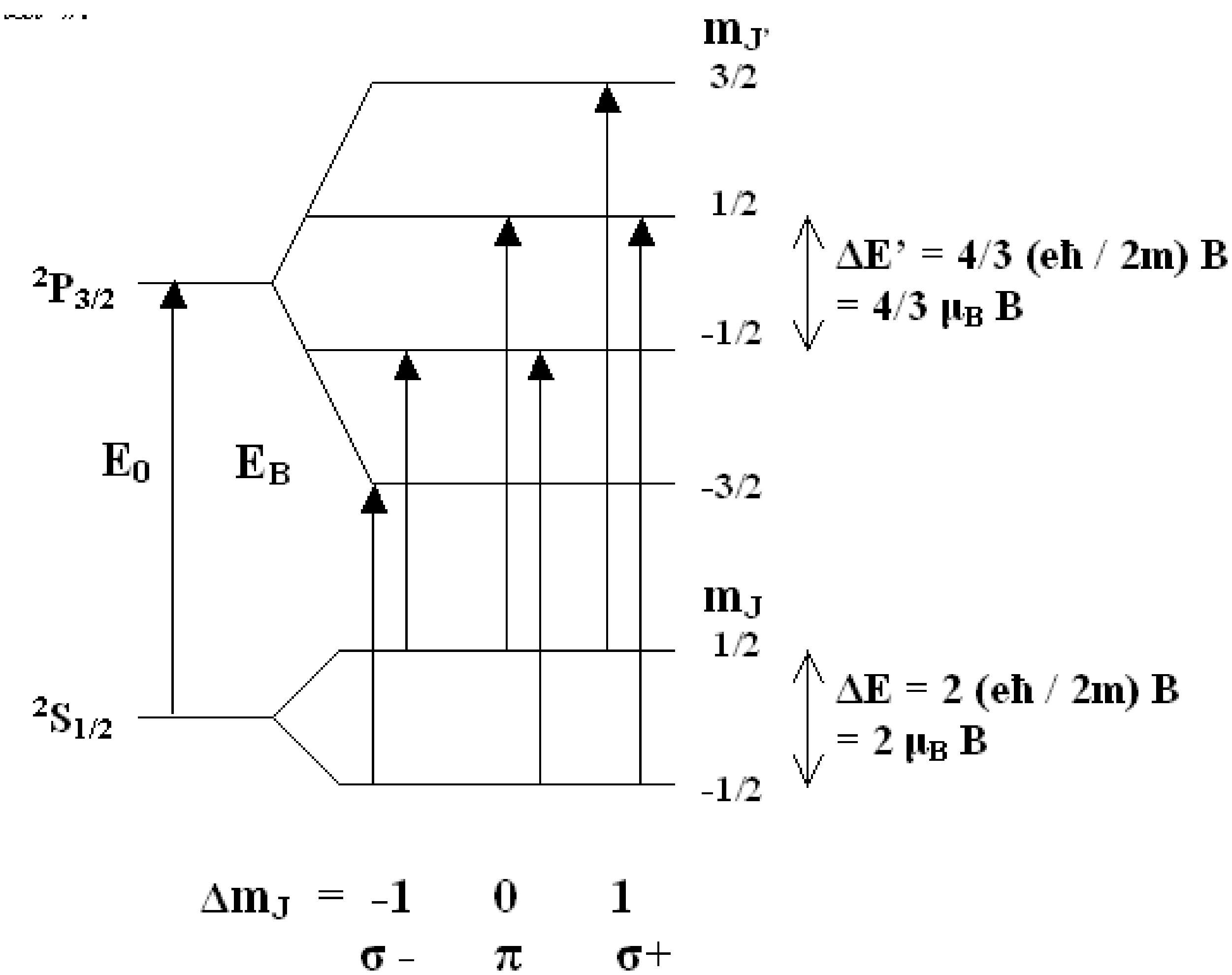
Exemple 1 : NaI D2 5890 Å

$^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$

J : $1/2 \rightarrow 3/2$
L : $0 \rightarrow 1$
S : $1/2 \rightarrow 1/2$

Multiplicité 2J+1:
$2 \rightarrow 4$

Facteur Landé :
g_J: $2 \rightarrow 4/3$



$$\Delta E_B = E_B - E_0 = h\,\Delta\nu = (e\,\hbar / 2m)\,B\,(4/3\ m_{J'} - 2\ m_J) = \mu_B\,B\,(4/3\ m_{J'} - 2\ m_J)$$

6 transitions		
	$\sigma -$	$\Delta E_B = -5/3\ \mu_B\ B, \quad -\mu_B\ B$
	$\sigma +$	$\Delta E_B = +5/3\ \mu_B\ B, \quad +\mu_B\ B$
	π	$\Delta E_B = -1/3\ \mu_B\ B, \quad +1/3\ \mu_B\ B$

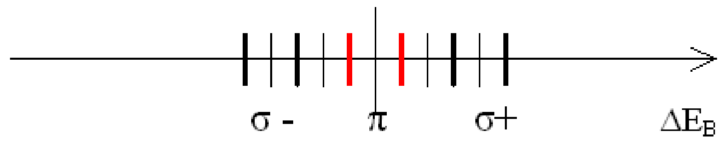


Diagramme énergétique

$g^* = 7/6$

Déplacement des **centres de gravité** des composantes π, $\sigma+$ et $\sigma-$:

$$\Delta E_B = E_B - E_0 = h\,\Delta\nu = 0, \pm\, 7/6\ (e\,\hbar / 2m)\ B$$

XIV – Champs magnétiques et paramètres de Stokes

Les observations spectro polarimétriques permettent de déterminer les profils de Stokes I (λ), Q (λ), U (λ) et V (λ). Comment interpréter ces observations en termes de champs magnétiques ?

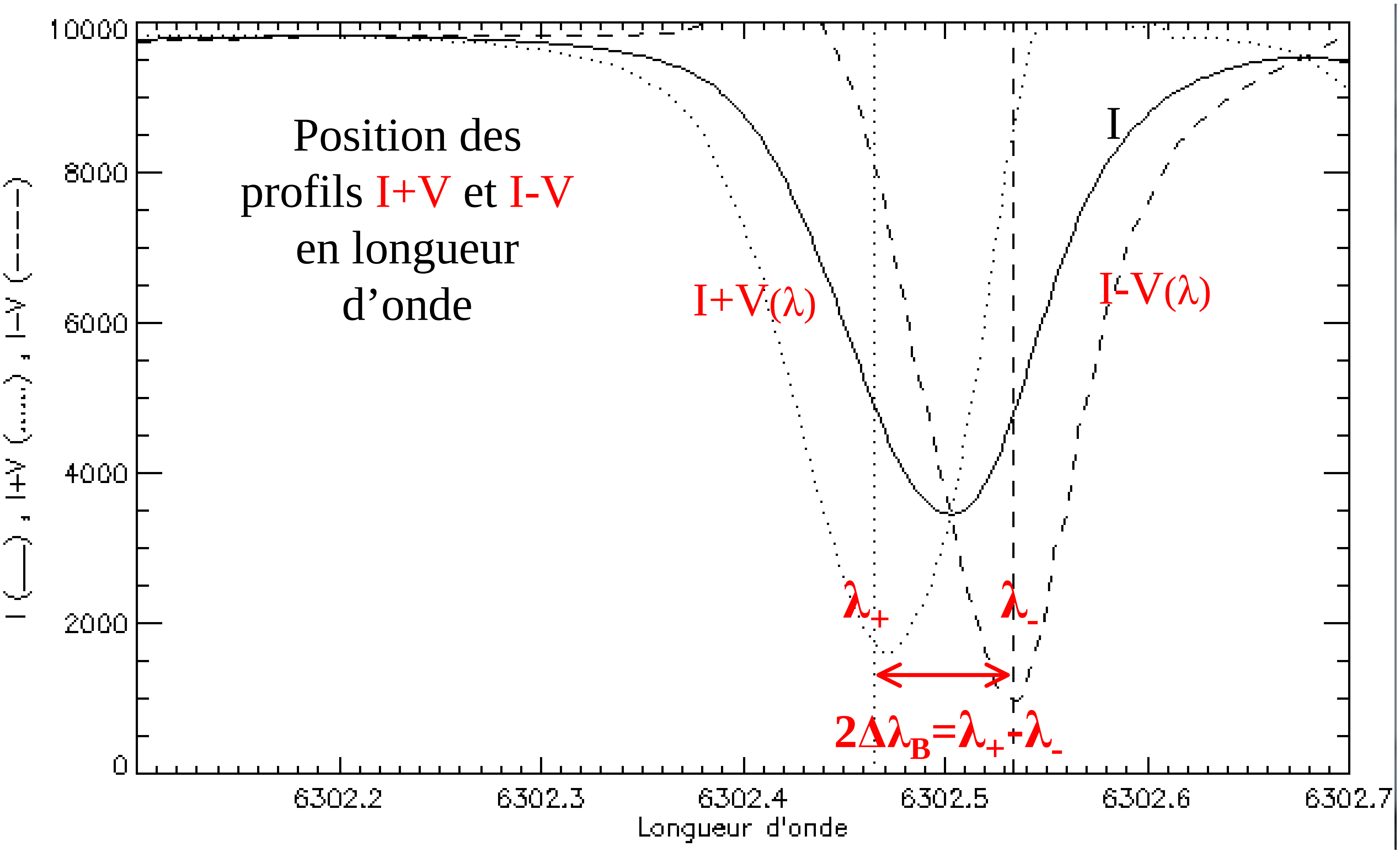
XIV - 1 - Mesure du module du champ magnétique B par la mesure de la position des profils I+V(λ) et I-V(λ) en longueur d'onde

L'effet Doppler se traduit par une translation des profils des raies ; l'effet Zeeman se manifeste par un écartement des profils en longueur d'onde. On peut mesurer l'écartement **2 $\Delta\lambda_B$** entre les deux profils I+V et I-V en mesurant le décalage des centres des profils . **λ_+ et λ_-**

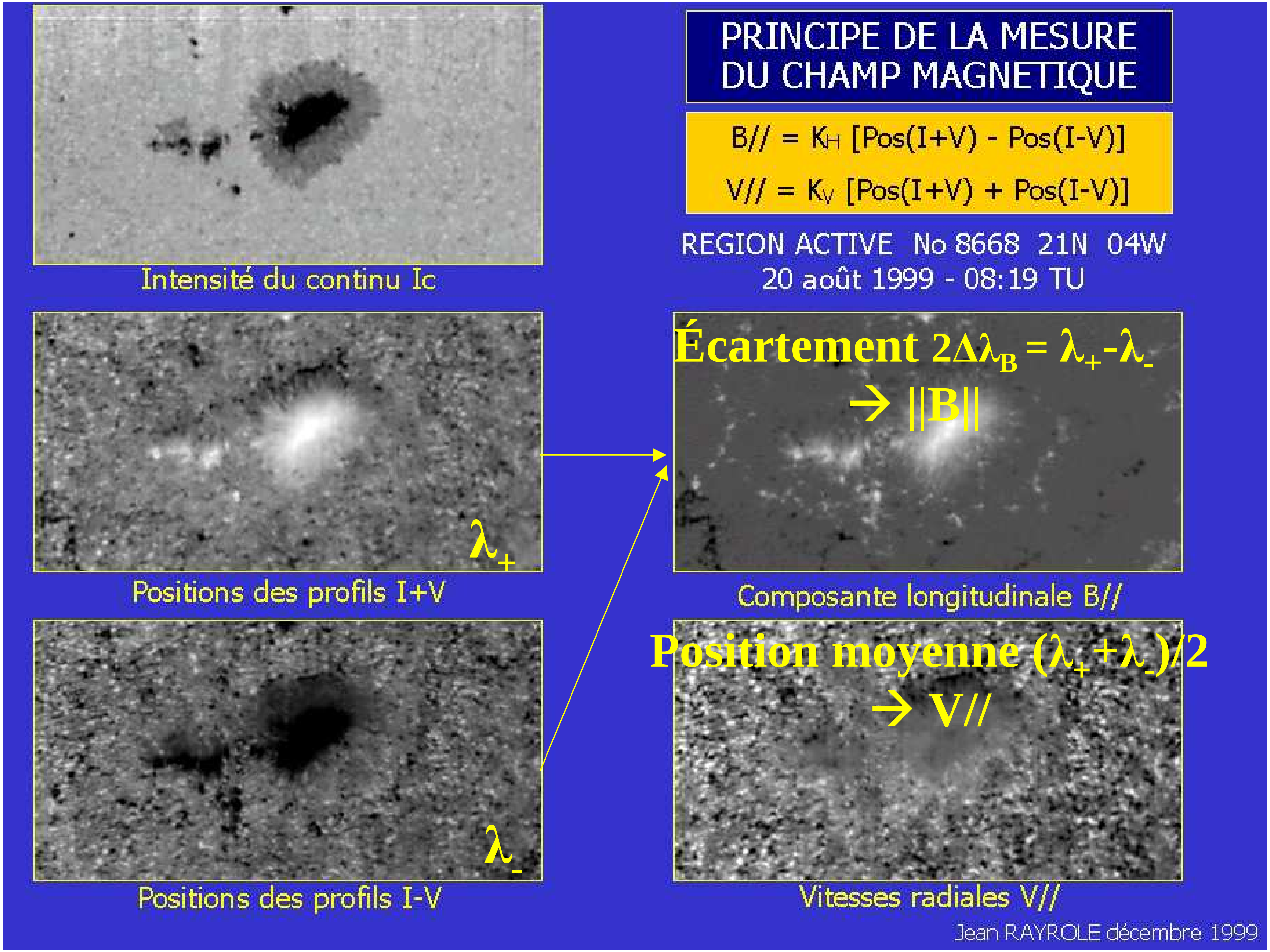
$$\boxed{2\Delta\lambda_B = (\lambda_+ - \lambda_-)}$$

La théorie nous donne $\boxed{\Delta\lambda_B = [e / (4\pi\, m\, C)]\ \|B\|\ g^*\ \lambda^2 = 4.67\ 10^{-13}\ \|B\|\ g^*\ \lambda^2}$

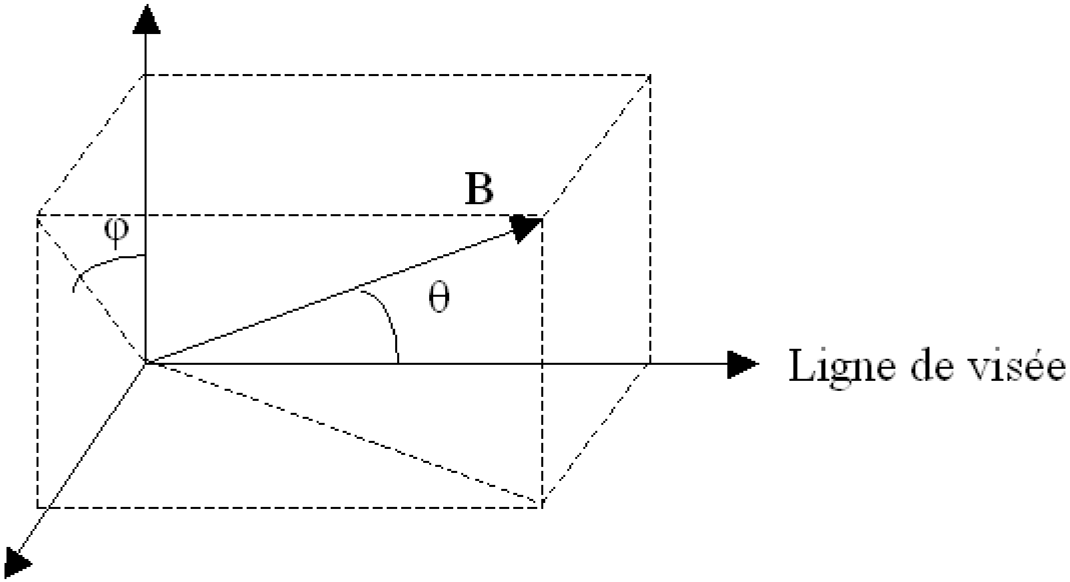
D'où $\|\mathbf{B}\|$ (attention : B en Gauss et λ en Å dans cette formule).
Par exemple, si $\|\mathbf{B}\|$ = 1000 G, λ = 6000 Å, g* = 1, on trouve **$\Delta\lambda_B$ = 17 mÅ**.



La mesure de l'écartement $\Delta\lambda_B = [e / (4\pi\ m\ C)]\ \lambda^2\ g^*\ B$
fournit le module B du vecteur champ magnétique


PRINCIPE DE LA MESURE DU CHAMP MAGNETIQUE
$B// = K_H$ [Pos(I+V) - Pos(I-V)]
$V// = K_V$ [Pos(I+V) + Pos(I-V)]
REGION ACTIVE No 8668 21N 04W
20 août 1999 - 08:19 TU
Intensité du continu Ic
Écartement $2\Delta\lambda_B = \lambda_+ - \lambda_-$
→ ||B||
λ_+
Positions des profils I+V
Composante longitudinale B//
Position moyenne $(\lambda_+ + \lambda_-)/2$
→ V//
λ_-
Positions des profils I-V
Vitesses radiales V//
Jean RAYROLE décembre 1999

Mesure du champ magnétique longitudinal $B_{//}$ et du champ magnétique transverse $B_{\perp}$ à partir des profils de Stokes $V(\lambda)$, $Q(\lambda)$, $U(\lambda)$



Champ longitudinal
$B_{//} = B \cos\theta$

Champ transverse
$B_{\perp} = B \sin\theta$

φ azimuth

La méthode se base sur **l'approximation théorique des champs faibles**. On montre que :

$$\boxed{V(\lambda) = 4.67\ 10^{-13}\ B_{//}\ g^*\ \lambda^2\ dI/d\lambda = \Delta\lambda_{B//}\ dI/d\lambda \quad \rightarrow B// = B\cos\theta}$$

$$Q(\lambda) = -\ 1/4\ (4.67\ 10^{-13}\ g^*\ \lambda^2)^2\ B_{\perp}^{\ 2} \cos(2\varphi)\ d^2I/d\lambda^2 = 1/4\ \Delta\lambda_{B\perp}^{\ 2} \cos(2\varphi)\ d^2I/d\lambda^2$$

$$U(\lambda) = -\ 1/4\ (4.67\ 10^{-13}\ g^*\ \lambda^2)^2\ B_{\perp}^{\ 2} \sin(2\varphi)\ d^2I/d\lambda^2 = 1/4\ \Delta\lambda_{B\perp}^{\ 2} \sin(2\varphi)\ d^2I/d\lambda^2$$

D'où $(Q^2 + U^2)^{1/2} = 1/4\ (4.67\ 10^{-13}\ g^*\ \lambda^2)^2\ B_{\perp}^{\ 2}\ d^2I/d\lambda^2 = 1/4\ \Delta\lambda_{B\perp}^{\ 2}\ d^2I/d\lambda^2$ $\rightarrow$ **$B_{\perp} = B \sin\theta$**

Et $U/Q = \tan(2\varphi)$ $\rightarrow$ **φ à 180° près**

La mesure de V se fait là où $dI/d\lambda$ est maximal: points d'inflexion

On peut utiliser la méthode simple de l'approximation gaussienne de la raie:

Remarque: en supposant la raie gaussienne de la forme

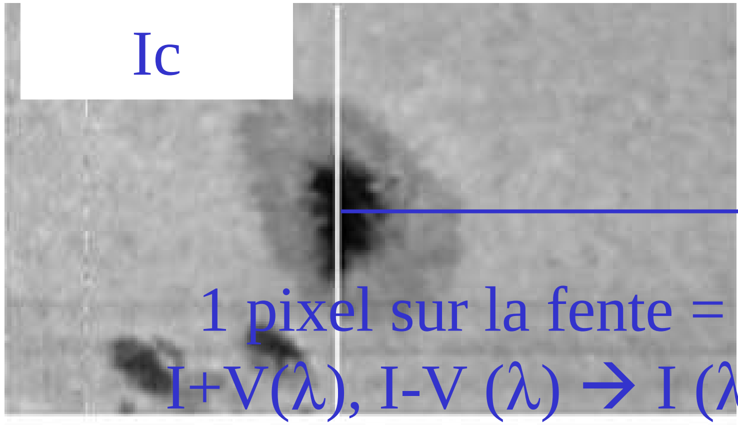
$$\mathbf{I(\lambda) = I_c\,(1 - r\,e^{-1/2\,((\lambda-\lambda 0)/\Delta\lambda)^2})}$$

Avec **r = ΔI/Ic** dépression centrale de la raie (nombre compris entre 0 et 1 avec ΔI profondeur de la raie et I_c niveau du continu), λ_0 longueur d'onde centrale de la raie, et **2 Δλ largeur de la raie aux points d'inflexion du profil**, on trouve:

$$\begin{aligned} V/I\,(\lambda_0 \pm \Delta\lambda) &= \pm\, 4.67\;10^{-13}\, B_{//}\, g^*\, \lambda_0^2\, [r\, e^{-1/2}/((1 - r\, e^{-1/2})\Delta\lambda)] \\ &= \pm\, (\Delta\lambda_{B//} / \Delta\lambda)\;\; [r\, e^{-1/2}/(1 - r\, e^{-1/2})] \\ &\text{où } \Delta\lambda_{B//} = 4.67\;10^{-13}\, B//\, g^*\, \lambda_0^2 \end{aligned}$$

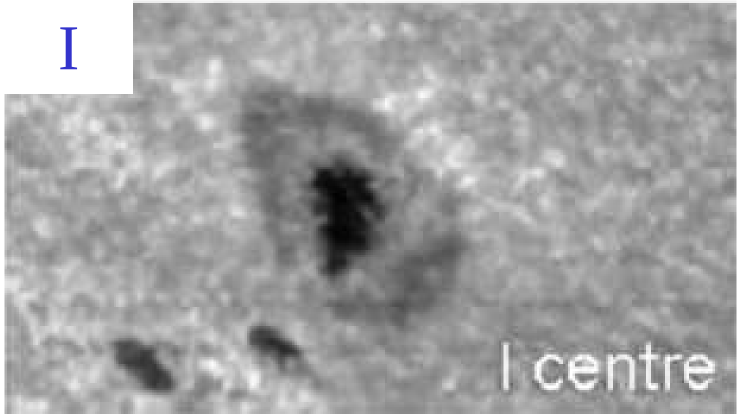
La mesure de V/I aux points d'inflexion conduit à la détermination de B//

V/I peut être < 0 ou > 0, la polarité Nord ou Sud est identifiable

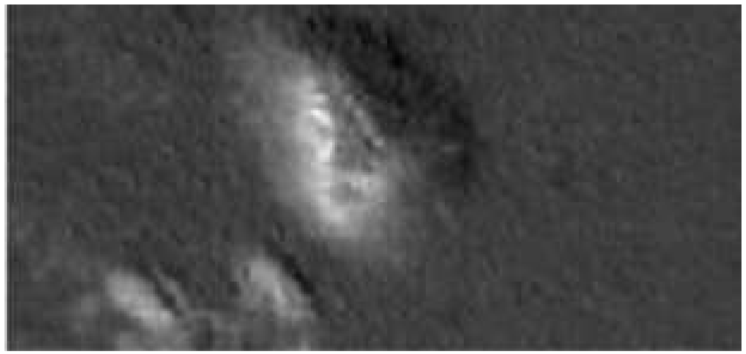


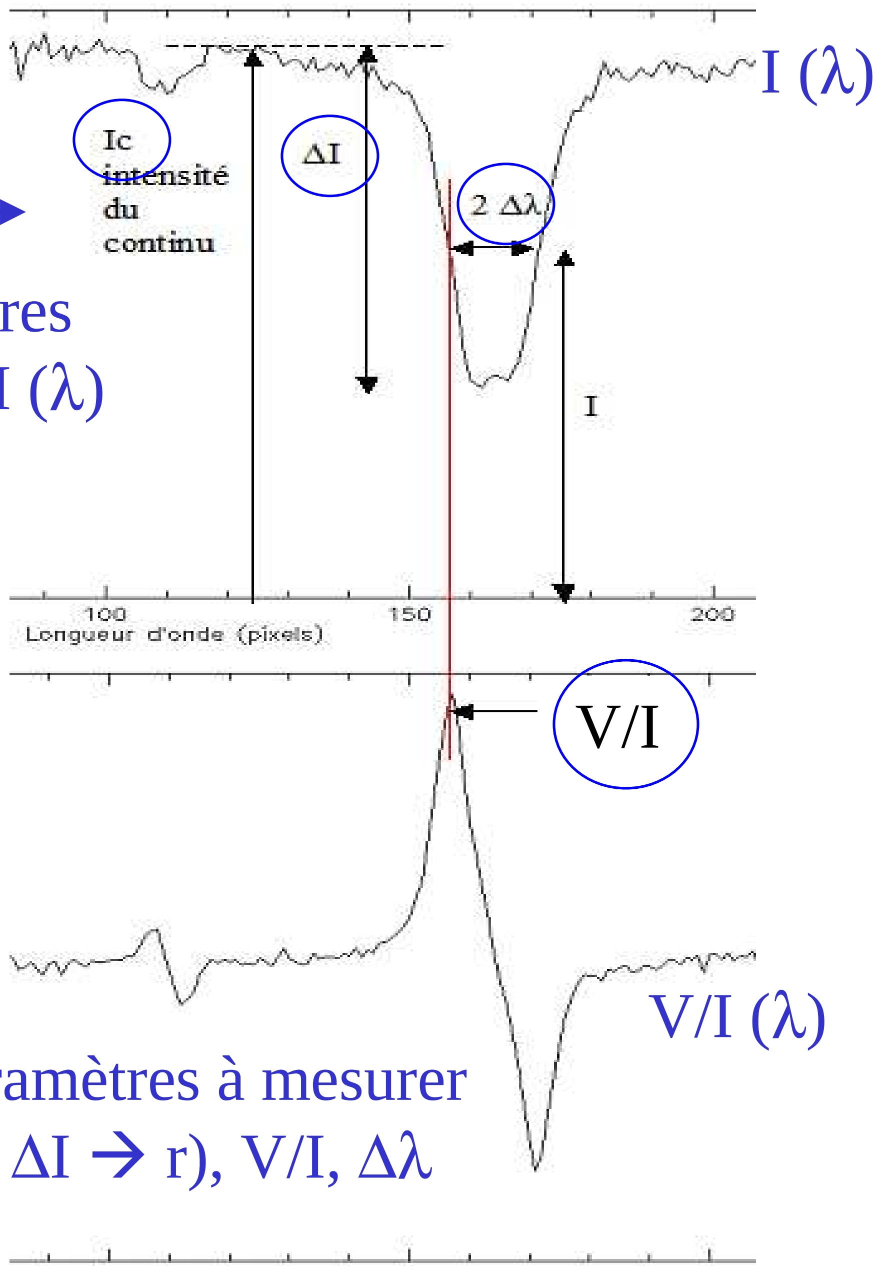
1 pixel sur la fente = 2 spectres

I+V(λ), I-V (λ) → I (λ) et V/I (λ)



(V/I, r = ΔI/Ic, Δλ) → B//





4 paramètres à mesurer

(Ic, ΔI → r), V/I, Δλ

Sensibilité des raies spectrales à l'effet Zeeman

Paramètre de contrôle: $\gamma_Z = \Delta\lambda_B / \Delta\lambda_D$

Demi Décalage Zeeman

Demi Largeur Doppler

$\Delta\lambda_B = [e / (4\pi\, m\, C)]\, g^* \lambda^2 B$ varie comme $g^* B \lambda^2$

$\Delta\lambda_D = \lambda\, v_{th} / c$ varie comme $\lambda\, T^{1/2}$

car $v_{th} = (2\, k\, T / m)^{1/2}$

Sensibilité à l'effet Zeeman

$$\gamma_Z = \Delta\lambda_B / \Delta\lambda_D \propto g^* B\, T^{-1/2}\, \lambda$$

<u>Photosphère et chromosphère solaire</u>:

T faible (8000 K) et champs magnétiques forts (100 à 1000 Gauss) → γ_Z grand, favorable

<u>Couronne solaire</u>:

T fort (1 million K) et champs magnétiques faibles (quelques dizaines de Gauss) → γ_Z petit, défavorable

→ utiliser les raies IR (λ grand) permet d'augmenter la sensibilité à l'effet Zeeman.

Effet Zeeman Doppler

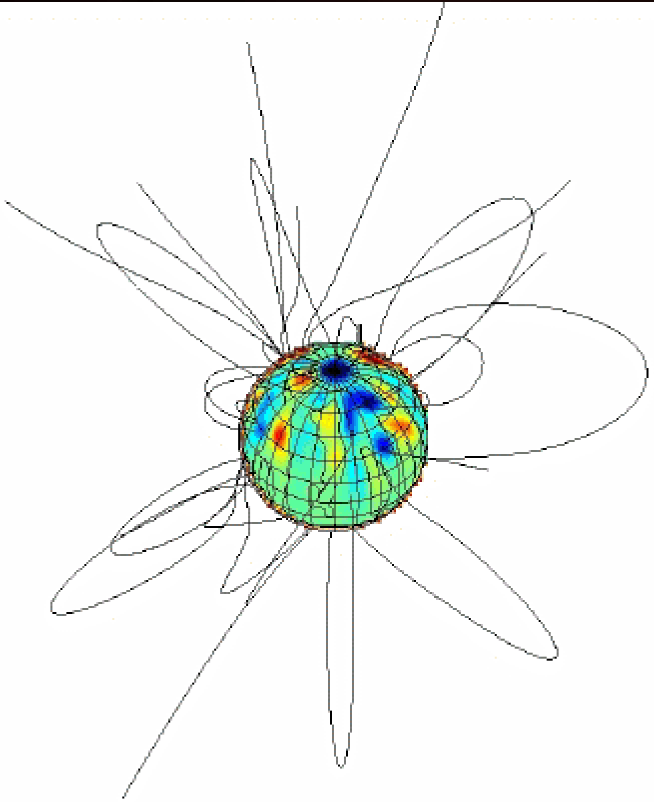
Mesure des champs magnétiques stellaires

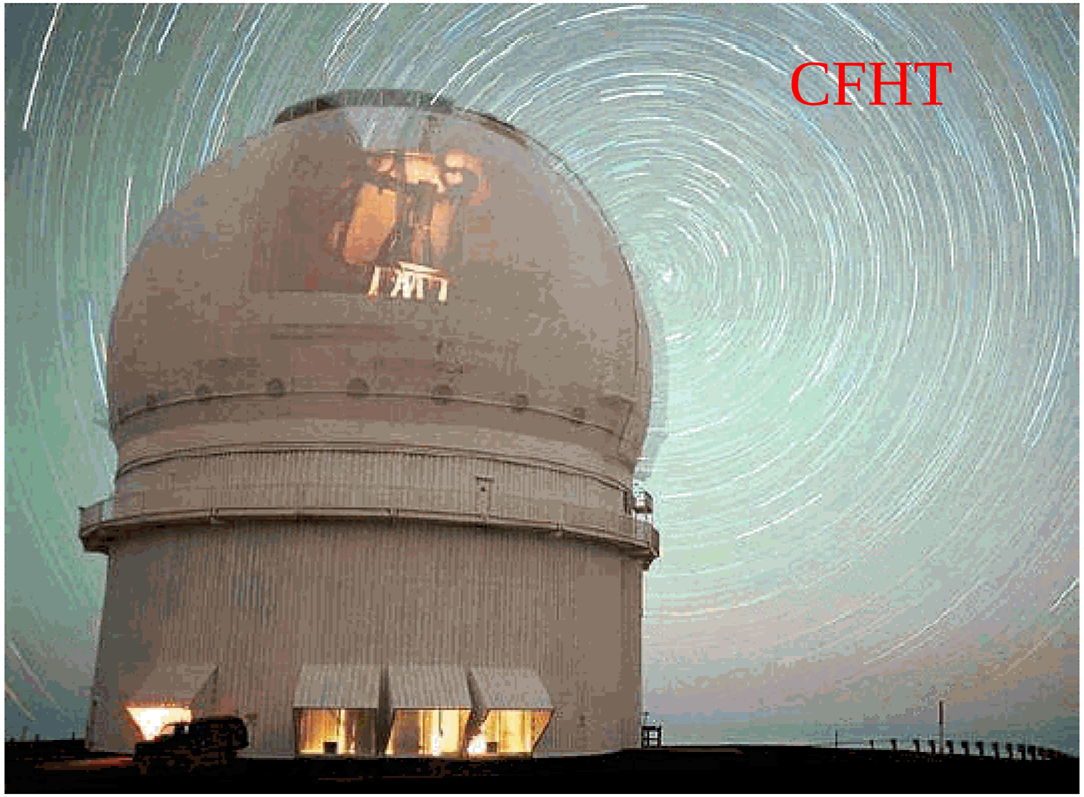
Référence: site Web de

Pascal PETIT, IRAP Toulouse,

http://www.ast.obs-mip.fr/article639.html

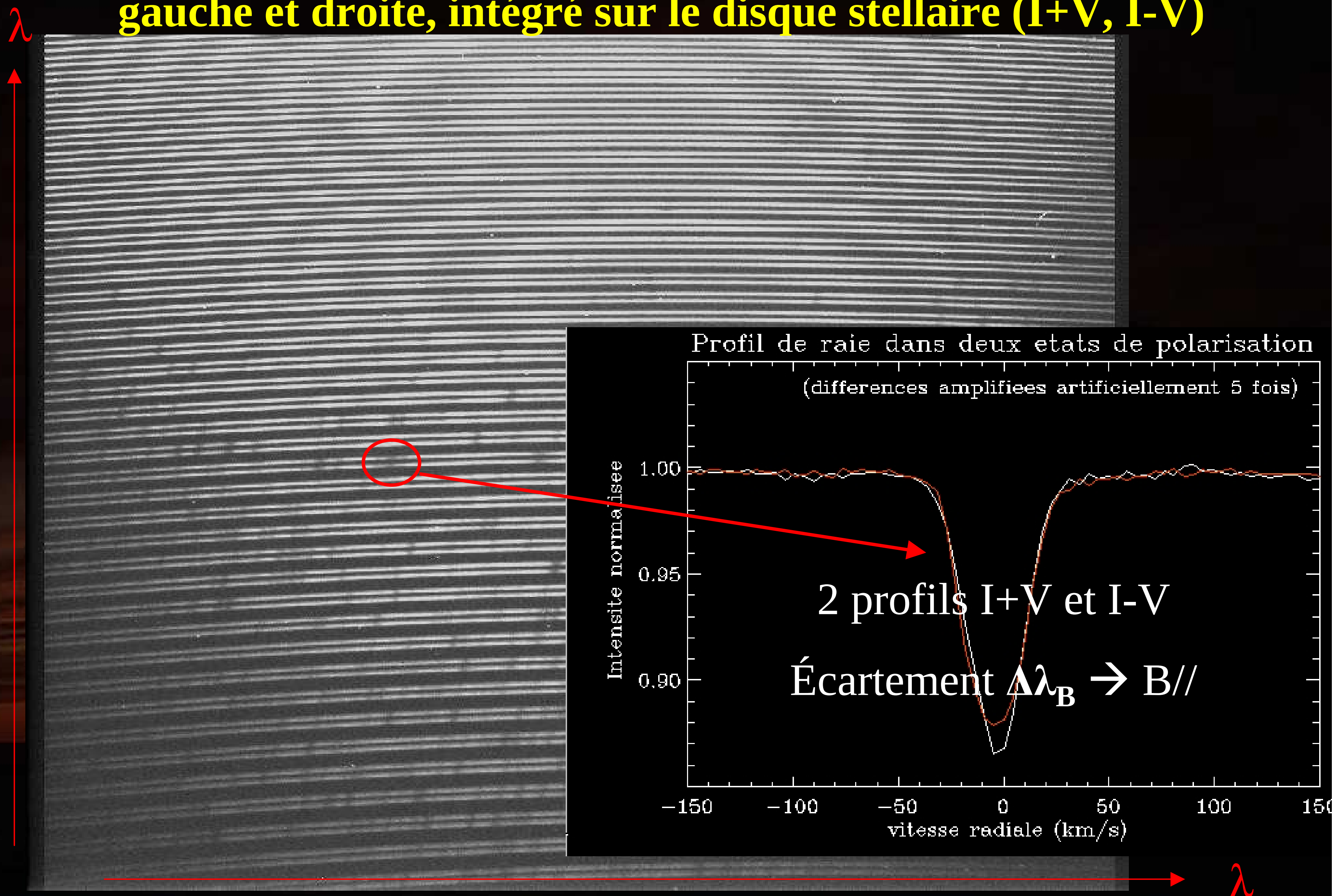
Effet Zeeman Doppler et Magnétisme stellaire





Les étoiles en rotation sont observées comme des objets ponctuels

Spectre 400-800 nm dans 2 états de polarisation circulaire gauche et droite, intégré sur le disque stellaire (I+V, I-V)



Tache

de faible

latitude (30°)

Champ

magnétique

Radial (e_r)

Reconstruction

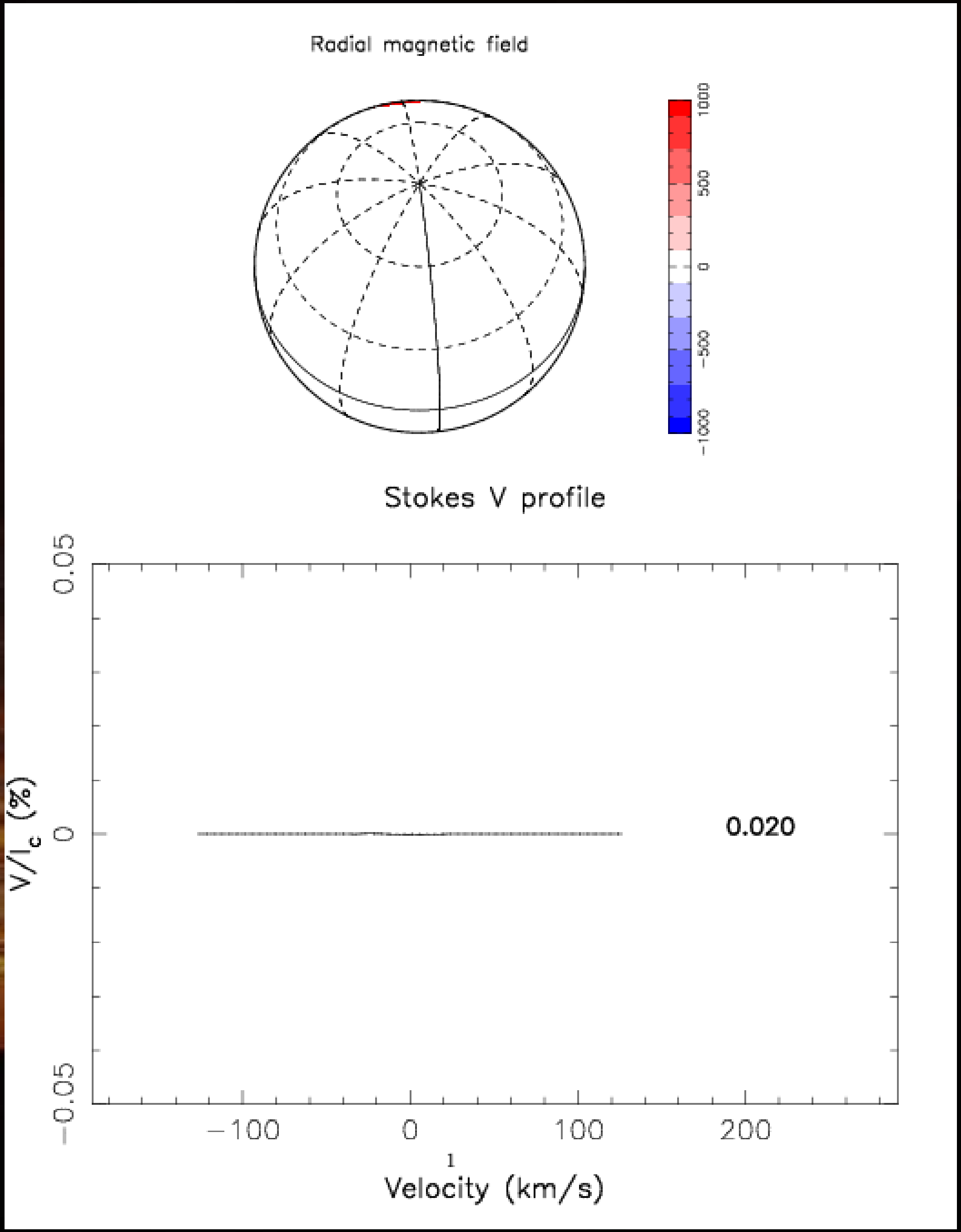
par imagerie

Zeeman

Doppler

au cours de

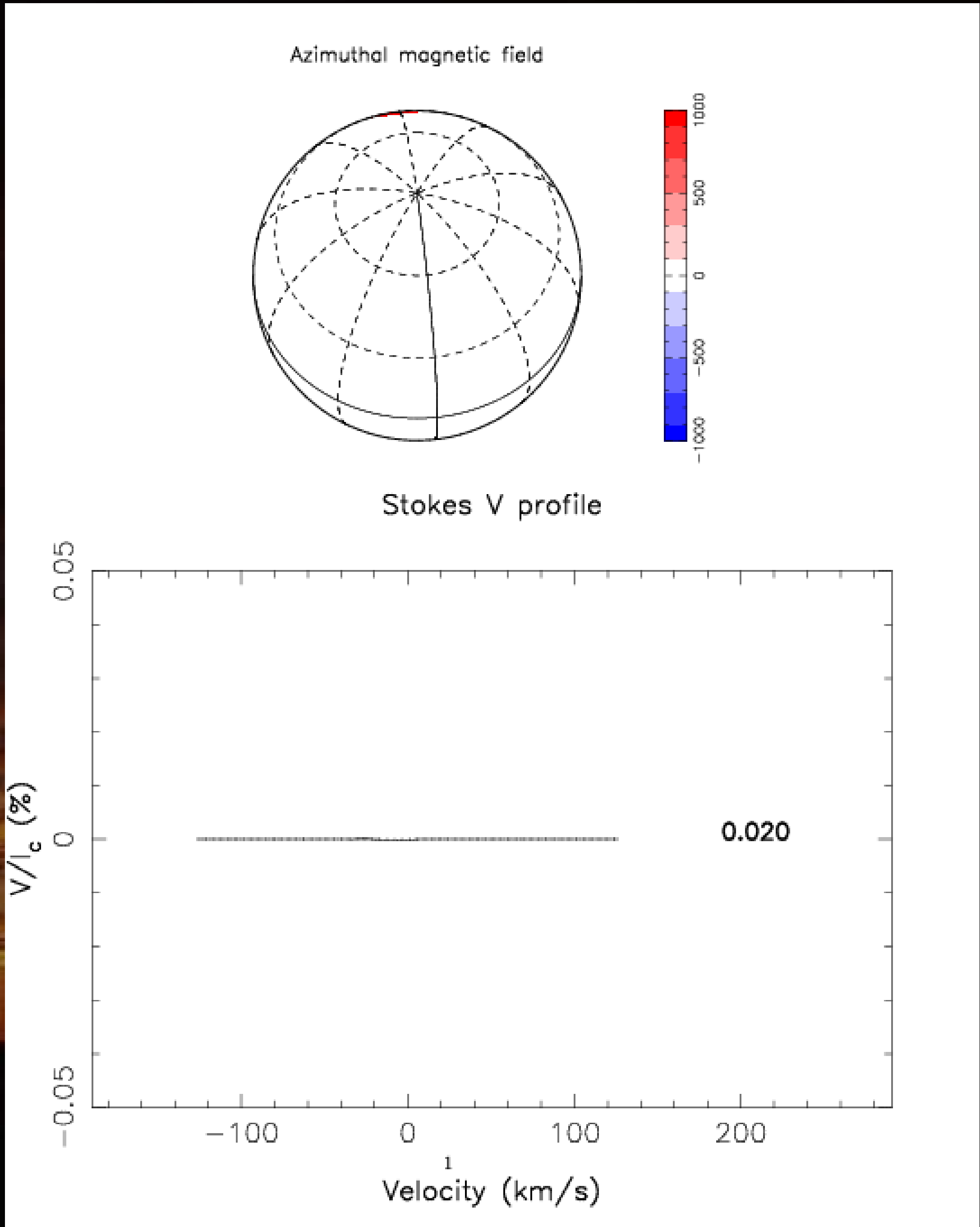
la rotation



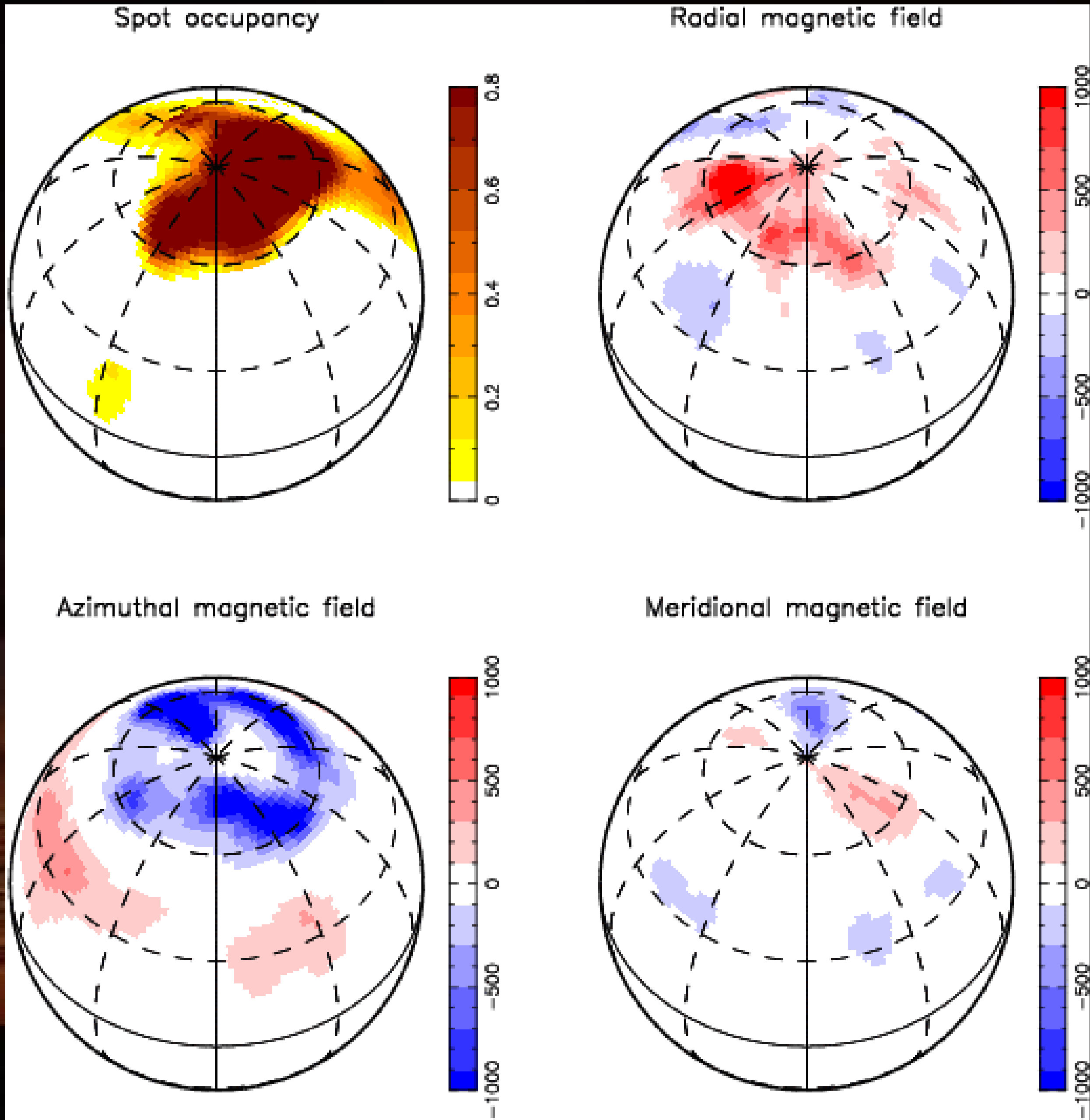
S T O K E S V

Tache
de faible
latitude (30°)

Champ
magnétique
Azimuthal (e$_\theta$)
Reconstruction
par imagerie
Zeeman
Doppler
au cours de
la rotation



S
T
O
K
E
S
V



Quelques exemples de reconstruction par imagerie Zeeman Doppler