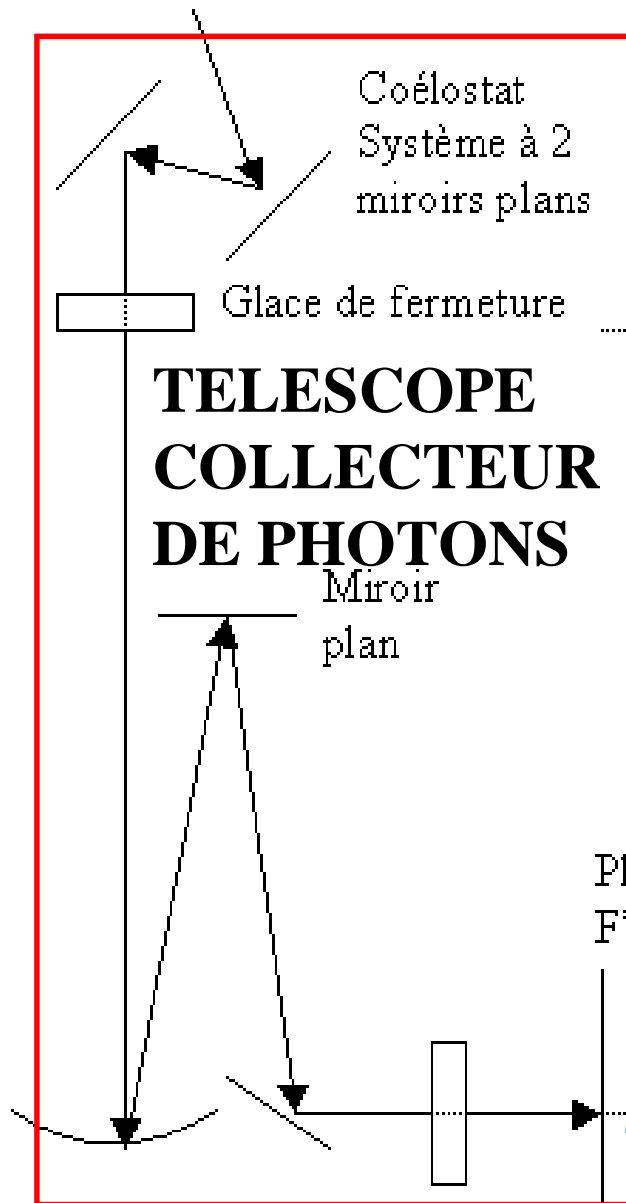


Master M1

Optique
Solaire et
Spectro
Imagerie



Spectroscopie



Coélostat
Système à 2
miroirs plans

Glace de fermeture

**TELESCOPE
COLLECTEUR
DE PHOTONS**

Miroir
plan

Plan image
F

Spectrographe f=14m

Miroir sphérique
f = 45 m
diamètre
D = 70 cm

Glace de
fermeture

Tour de Meudon

Caractéristiques du télescope:

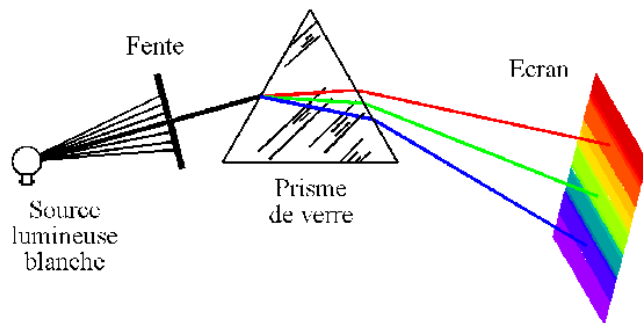
f = 45 m

Diamètre de la pupille (glace
de fermeture haute) D = 0.6 m

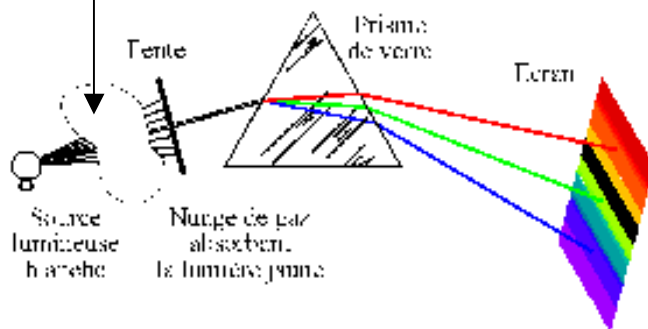
h = 35 m

FOYER (INSTRUMENTS FOCAUX)

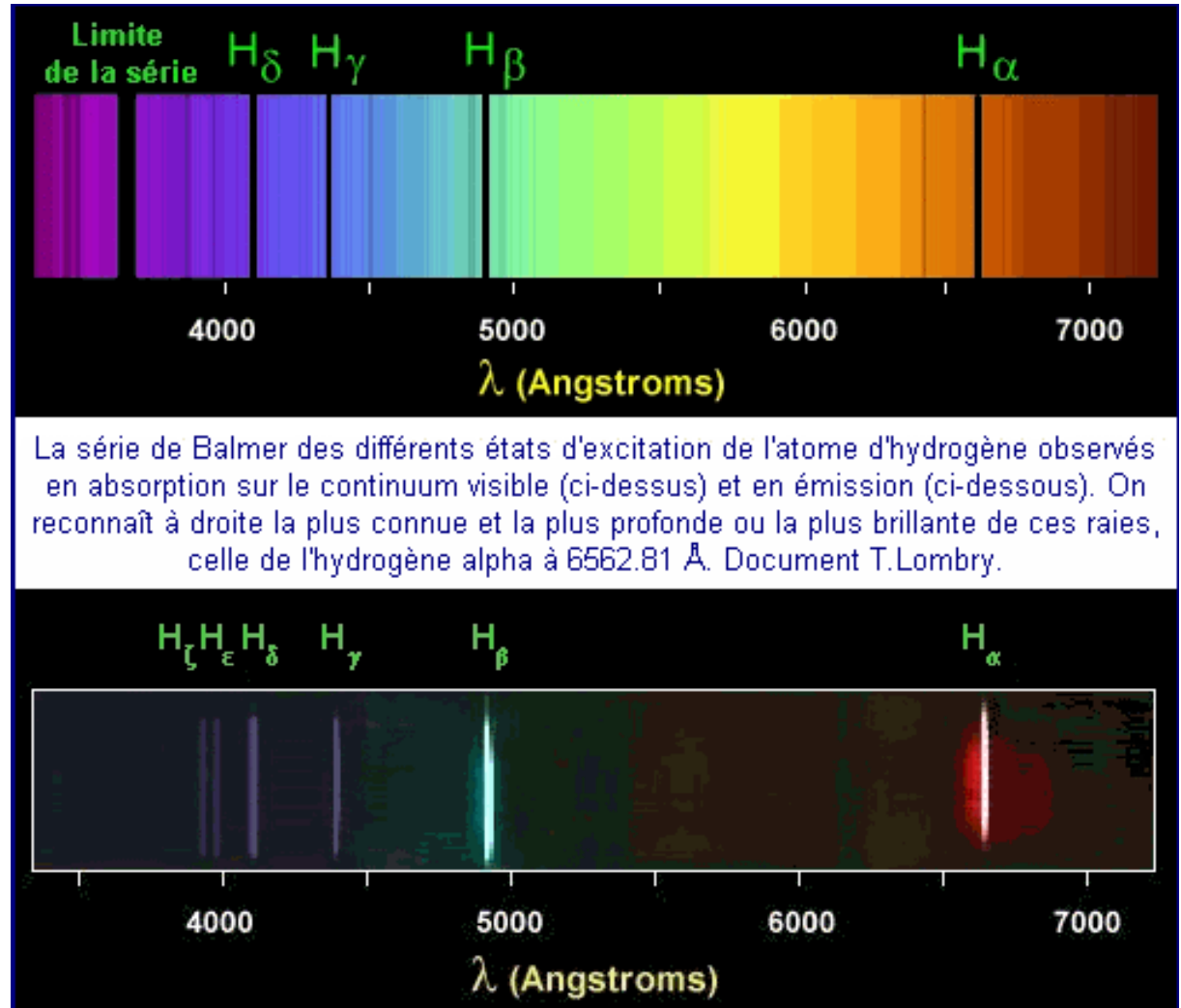
Principe de la Spectroscopie

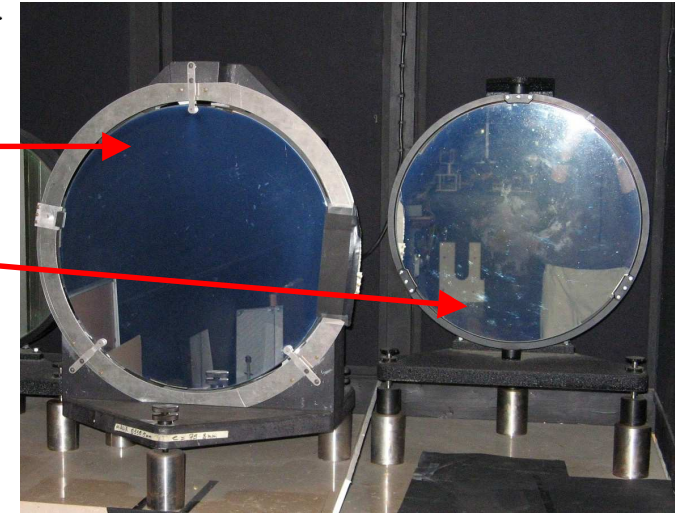
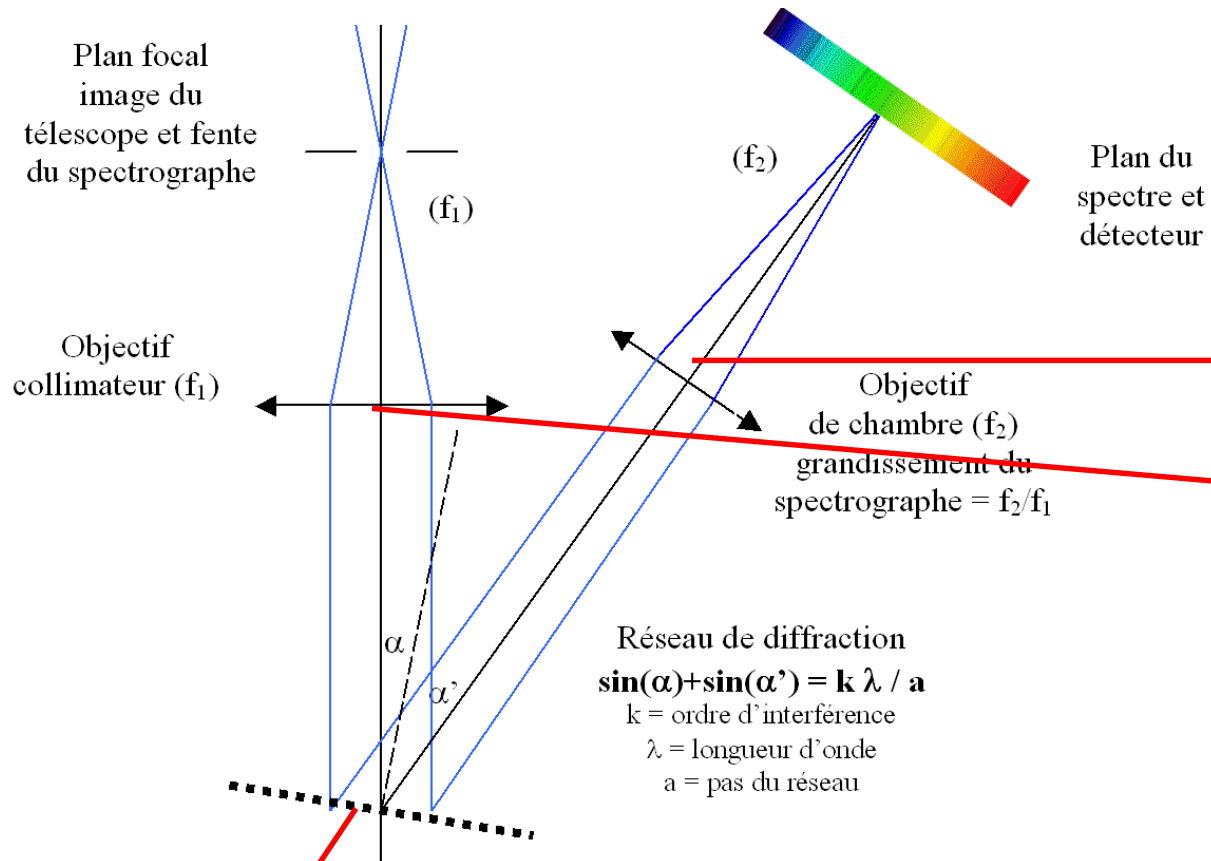


Atmosphère stellaire



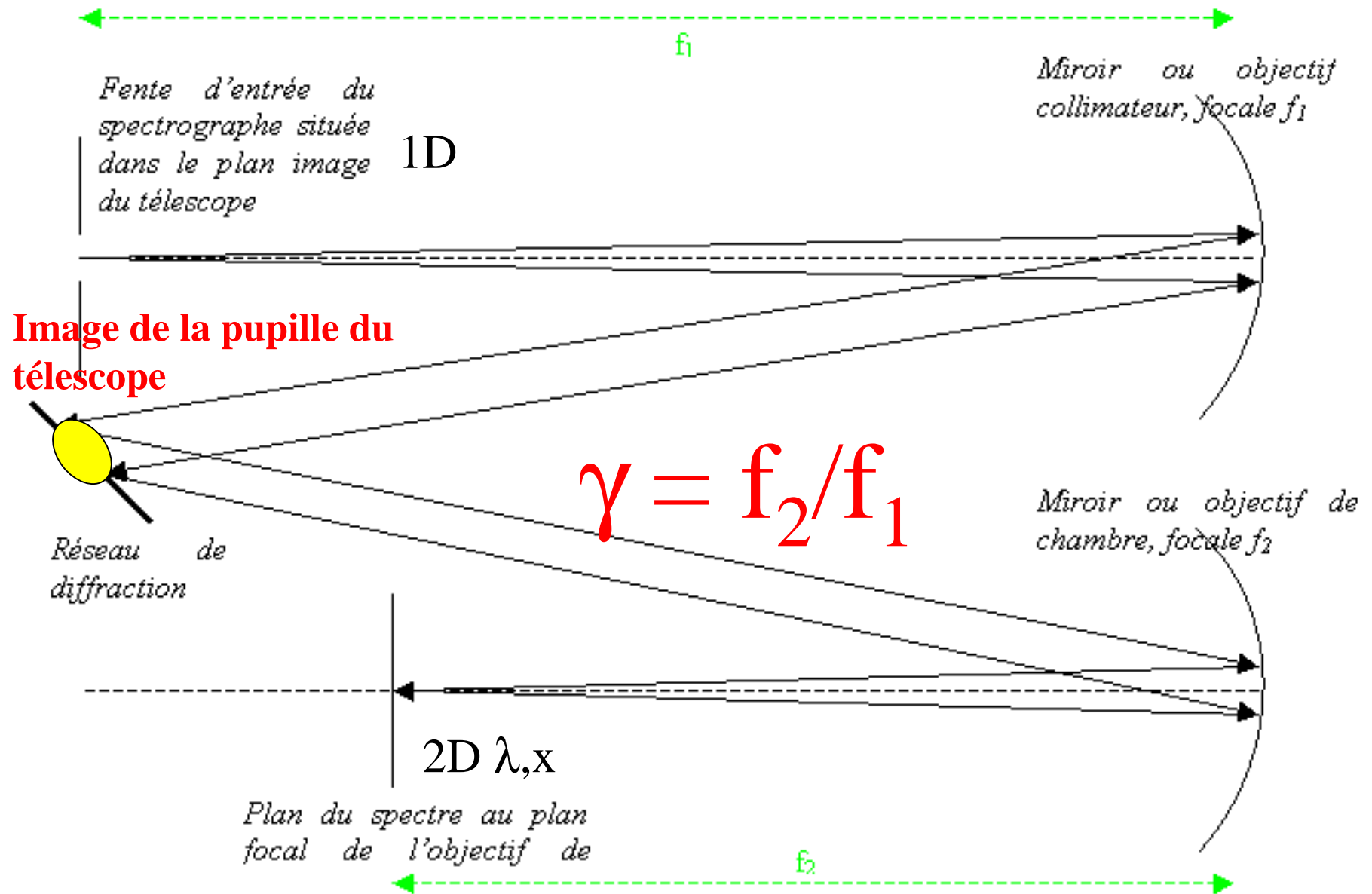
Spectre continu/absorption/émission





Principe du spectrographe à réseau de diffraction et filtres sélectionneurs d'ordre (k)

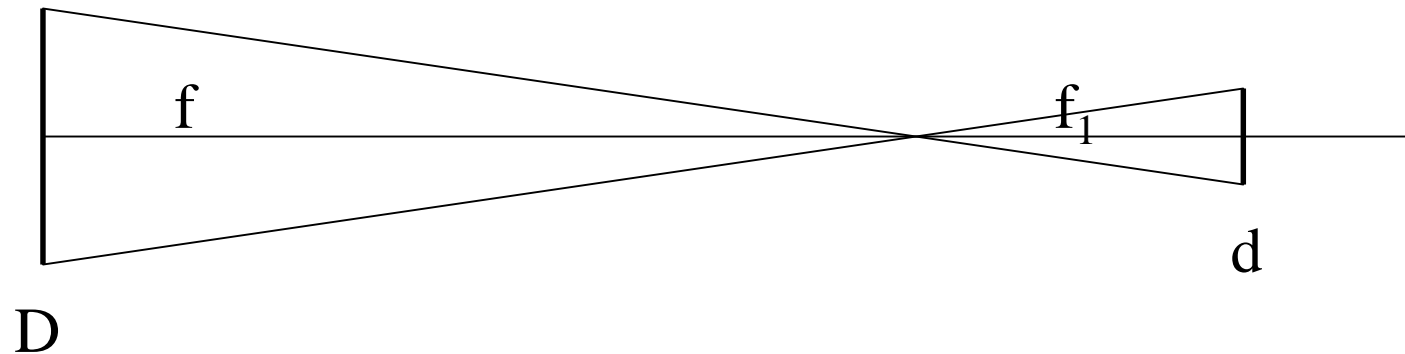
Un spectrographe est généralement constitué d'un objectif (ou miroir) **collimateur** au foyer objet duquel se trouve la fente fine d'entrée du spectrographe. Il renvoie un faisceau de lumière parallèle vers le réseau de diffraction, comme le montre la figure ci dessous.



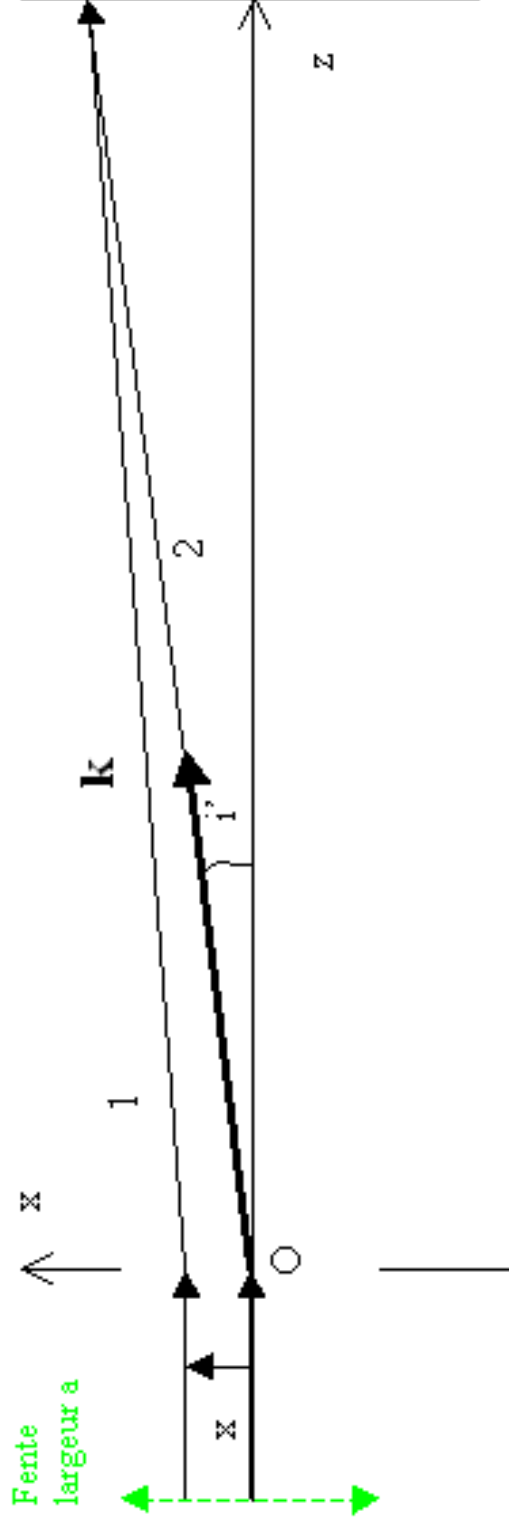
L'élément dispersif est un réseau de diffraction plan gravé de 300 traits/mm et d'angle de blaze $63^{\circ}26'$, dimension rectangulaire 13 x 25 cm environ

La fente du spectrographe se situe dans le plan focal image du télescope. A la Tour de Meudon, on peut considérer que l'image de la pupille d'entrée (glace de fermeture située au sommet de la Tour) par le télescope est à l'infini, de telle sorte qu'on va retrouver son image sur le réseau de diffraction où la lumière sera ainsi concentrée.

La dimension de l'image de la pupille sur le réseau vaut $d = D f_1 / f$ (avec f distance focale du télescope, et D diamètre de la pupille d'entrée). Tour de Meudon: on a $f = 45$ m et $D = 0.6$ m, $f_1 = 14$ m ce qui donne $d = 19$ cm.



II – Figure de diffraction à l'infini d'une fente fine (diffraction de Fraunhofer)



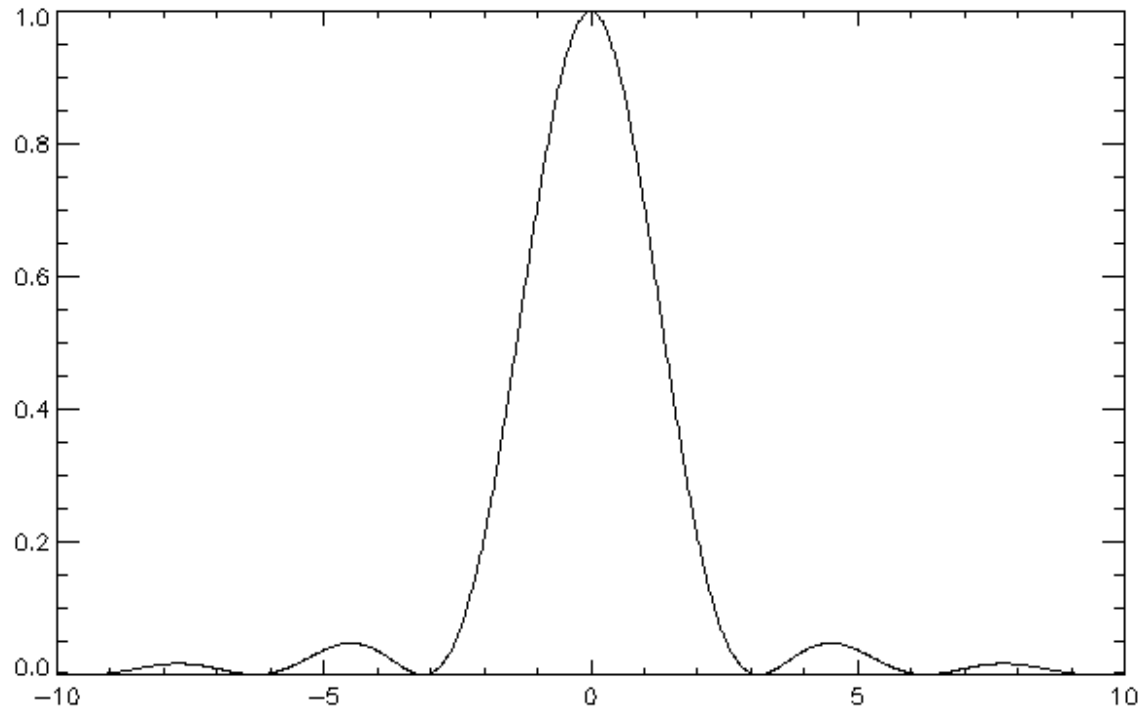
Si l'onde plane incidente est de la forme $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \mathbf{e}^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{x})}$,
 Alors le champ électrique diffracté par la fente dans la direction \mathbf{k} a pour expression :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \mathbf{e}^{i\omega t} \int_{-a/2}^{a/2} \mathbf{e}^{-i(2\pi/\lambda) x \sin i'} dx \quad \text{où} \quad (2\pi/\lambda \sin i') x = k_x x$$

où a désigne la largeur de la fente fine et $\delta = (2\pi/\lambda) x \sin i'$ est le déphasage entre les rayons 1 et 2.
 Cette formulation n'est autre que la *transformée de Fourier d'une porte de largeur a* .

L'intensité diffractée est égale au produit $E E^*$, où $*$ désigne la quantité conjuguée.

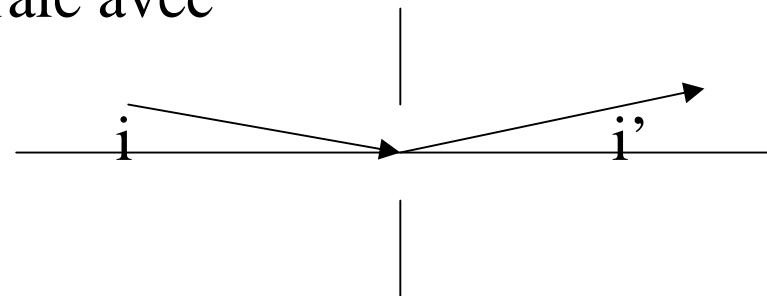
Il vient $I(\lambda) = I_0 (\sin(\phi) / \phi)^2$ avec $\phi = (\pi/\lambda) a \sin i'$



$$I(\lambda) = I_0 \left(\frac{\sin(\phi)}{\phi} \right)^2 \text{ avec } \phi = (\pi/\lambda) a \sin i'$$

Si le faisceau incident arrive sur la fente avec une incidence i , alors cette formulation demeure vraie avec

$$\phi = (\pi/\lambda) a (\sin i - \sin i')$$



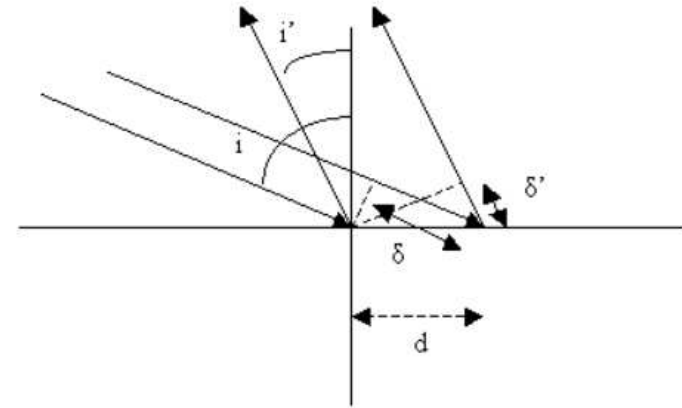
Si on change i' en $\pi + i'$, la formule précédente:

$$\phi = (\pi/\lambda) a (\sin i - \sin i')$$

devient alors :

$$\phi = (\pi/\lambda) a (\sin i + \sin i')$$

exprimant ainsi la **réflexion**.



La diffraction de Fraunhofer par une **fente réfléchissante** gravée obéit donc à la

$$\text{loi } I(\lambda) = I_0 \left(\frac{\sin(\phi)}{\phi} \right)^2 \text{ avec}$$
$$\phi = (\pi/\lambda) a (\sin i + \sin i')$$

i angle d'incidence sur la fente, et i' direction de diffraction.

Le maximum est obtenu pour $\phi = 0$, c'est à dire lorsque $i' = -i$, donc pour l'angle de réflexion correspondant à la loi de la réflexion de Descartes.

Dans les maxima secondaires, l'intensité est très faible, c'est pourquoi on travaille dans le lobe de diffraction principal. Pour **réduire sa largeur**, on utilise N fentes réfléchissantes de largeur a , et équidistantes: c'est le réseau de diffraction (N grand, plusieurs dizaines de milliers).

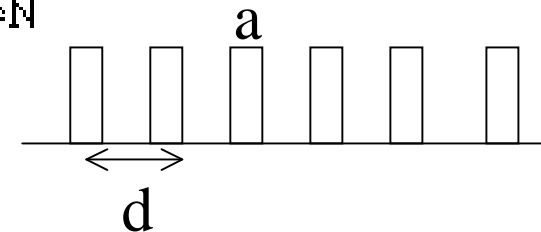
Si l'onde plane incidente est de la forme $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})}$,

Alors le champ électrique diffracté par N fentes a pour expression :

$$\mathbf{E} = \sum_{1 \leq n \leq N} \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} \int_{-a/2}^{a/2} e^{-i(2\pi/\lambda)(x + nd)(\sin i + \sin i')} dx$$

N fentes de
largeur a et
équidistantes de d

$$= \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} \left[\int_{-a/2}^{a/2} e^{-i(2\pi/\lambda)x(\sin i + \sin i')} dx \right] \left[\sum_{1 \leq n \leq N} e^{-i(2\pi/\lambda)nd(\sin i + \sin i')} \right]$$



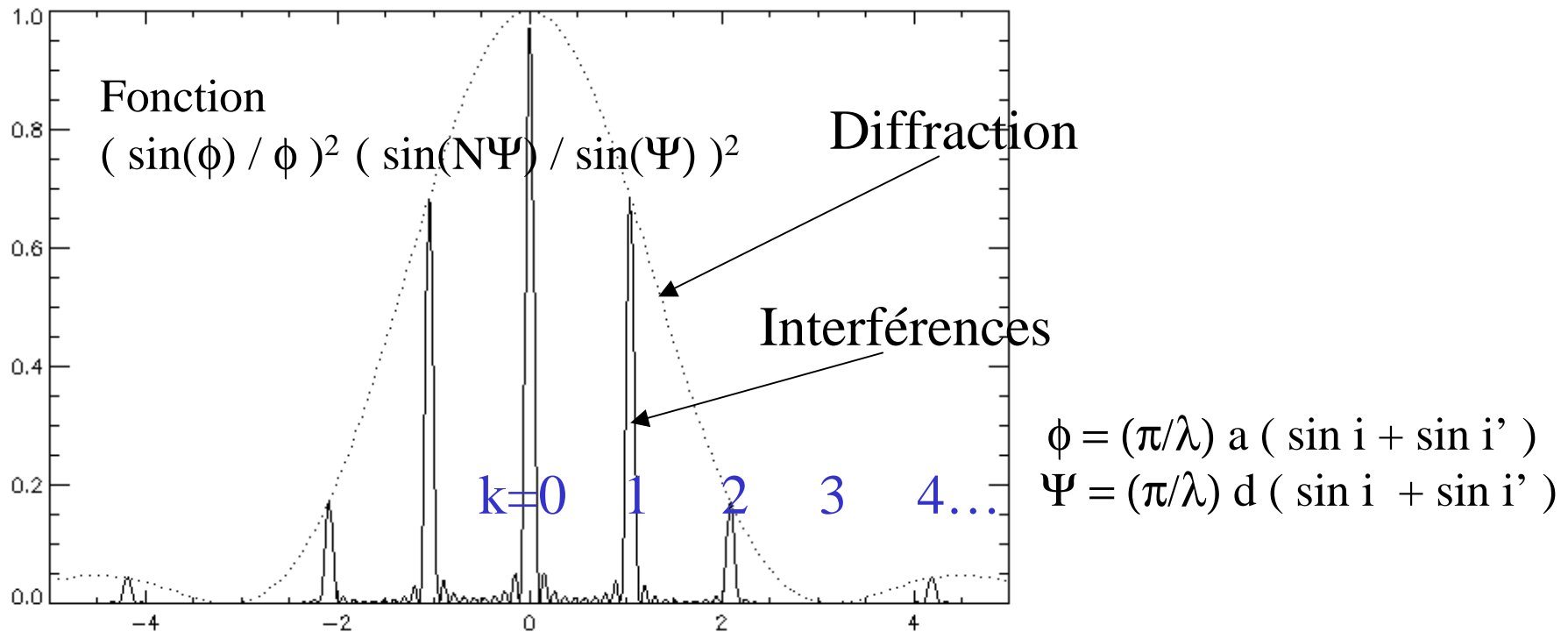
C'est aussi:

Le produit de la transformée de Fourier d'une porte de largeur a par la transformée de Fourier du produit d'un peigne de Dirac de paramètre d et d'une porte de largeur N d

L'intensité diffractée est égale au produit $E E^*$, où * désigne la quantité conjuguée :

$$I(\lambda) = I_0 \left(\frac{\sin(\phi)}{\phi} \right)^2 \left(\frac{\sin(N\Psi)}{\sin(\Psi)} \right)^2$$

avec $\phi = (\pi/\lambda) a (\sin i + \sin i')$ et $\Psi = (\pi/\lambda) d (\sin i + \sin i')$



Les maxima de la figure d'interférence sont obtenus lorsque $\Psi = k \pi$, où k est un nombre entier, et on retrouve ainsi la formule des réseaux:

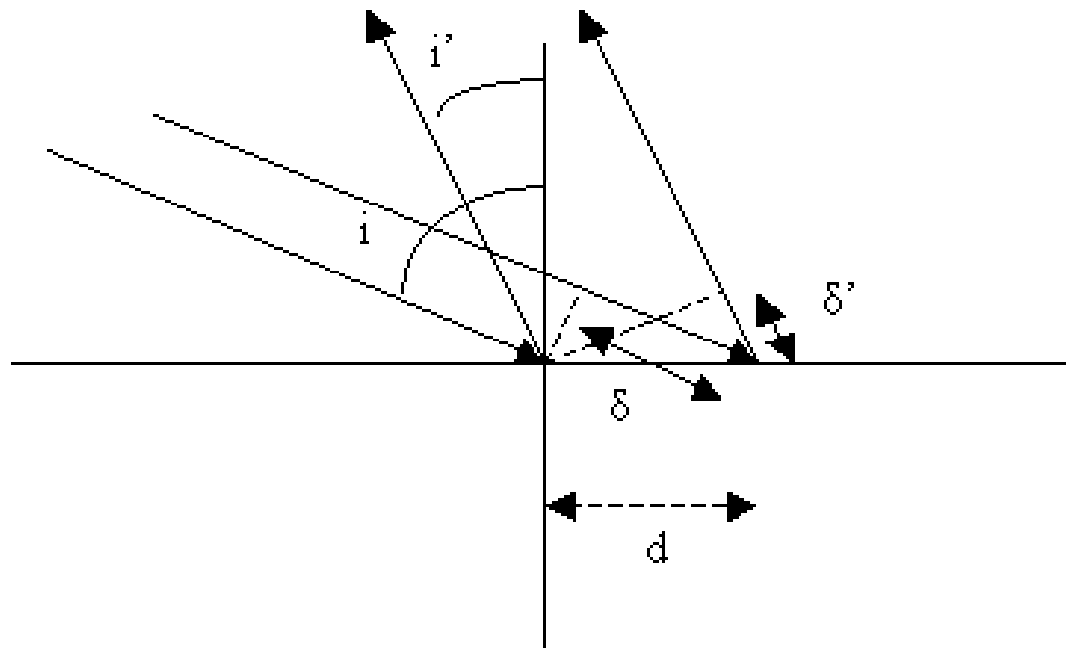
$$\sin i + \sin i' = k \lambda / d$$

($k=0 \Leftrightarrow i' = -i$, réflexion de Descartes)

k est appelé ordre d'interférence, et d distance entre 2 traits successifs se déduit du nombre de traits au mm ($1/d$) donné par le fabricant.

Formule des réseaux en optique géométrique

Pour un réseau gravé de pas d



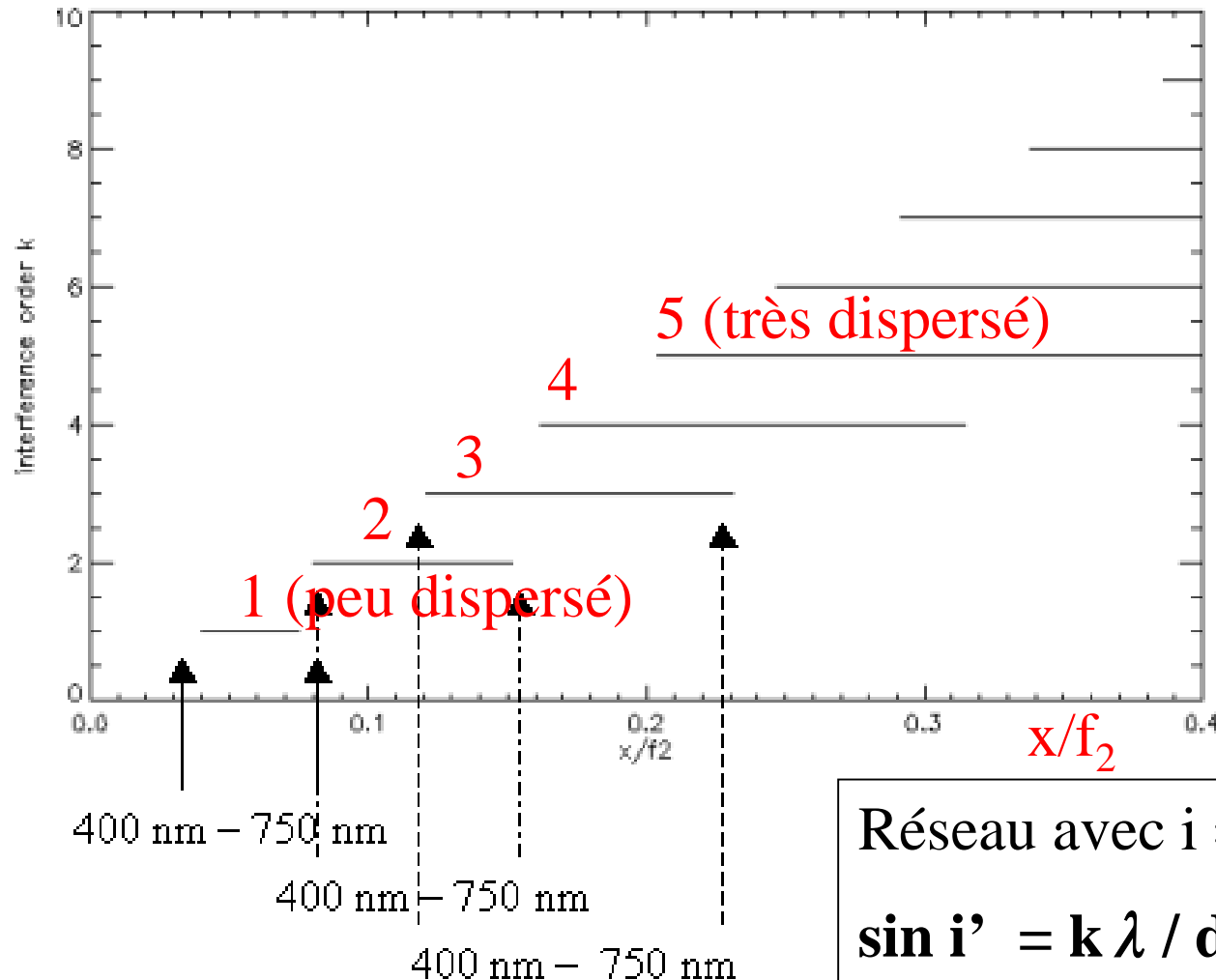
$$\text{Déphasage} = \delta + \delta' \\ = (2\pi/\lambda) d (\sin i + \sin i')$$

Interférence constructive:
 $\delta + \delta' = 2k\pi$ d'où

$$\sin i + \sin i' = k \lambda / d \\ k \text{ entier}$$

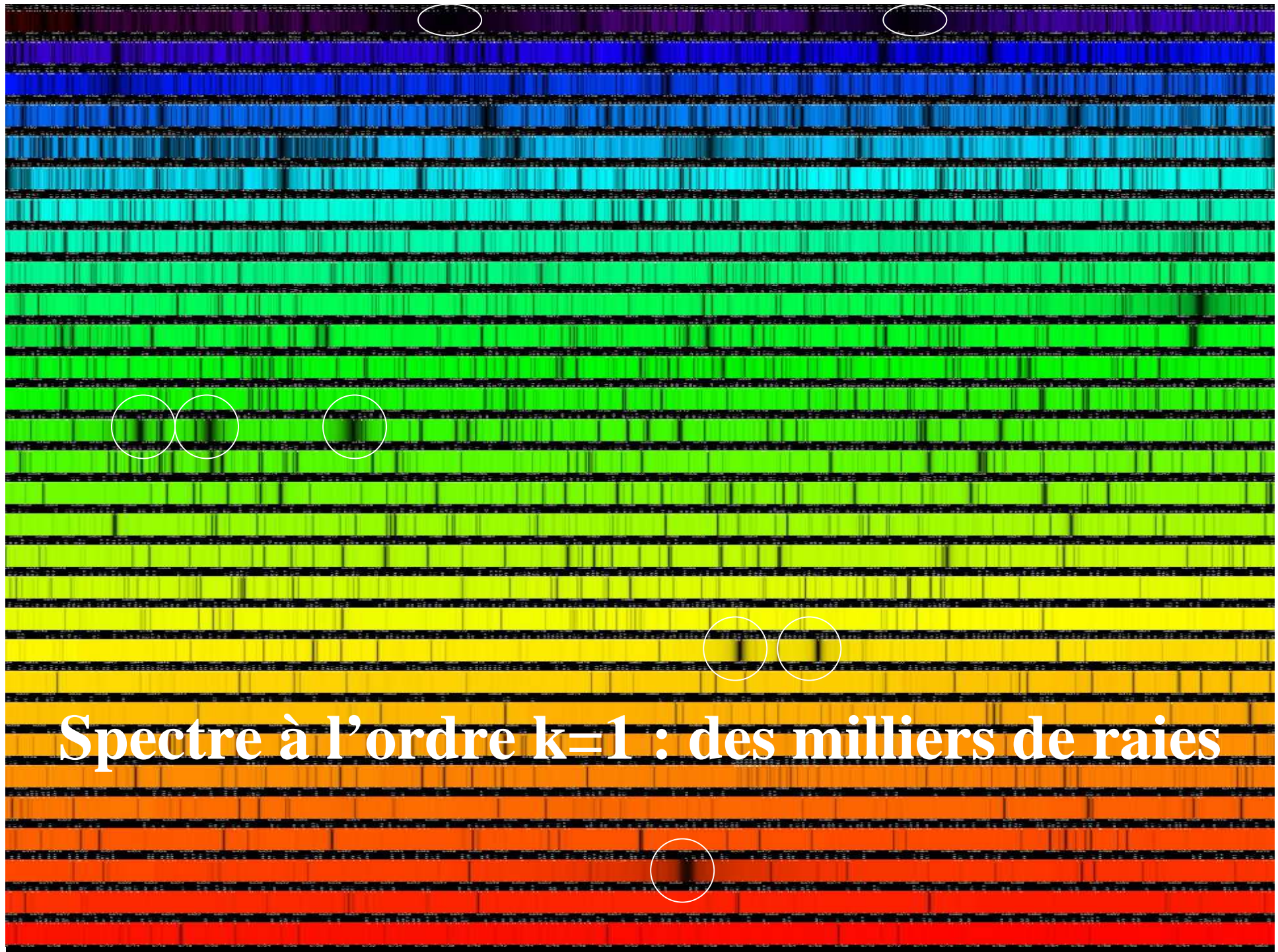
La formule des réseaux peut se montrer en considérant simplement le déphasage géométrique entre les rayons lumineux et en créant une interférence constructive.

Ordre $k = 1 \rightarrow$ faible dispersion, pas de recouvrement avec $k = 2, 3 \dots$
 Ordre k élevé \rightarrow haute dispersion mais recouvrement entre les ordres qui
 devront être isolés par un filtre à bande passante étroite



Localisation des ordres d'interférence k (en ordonnée) pour une longueur d'onde variant de 400 à 750 nm.
 A l'ordre 1, on trouve le spectre entre les abscisses normalisées $x/f_2 = 0.04$ et 0.08 ; à l'ordre 2, entre les abscisses 0.08 et 0.15 , etc... Réflexion de Descartes en $x = 0$.

Réseau avec $i = 0$
 $\sin i' = k \lambda / d$ avec $i' = x/f_2$



Spectre à l'ordre $k=1$: des milliers de raies

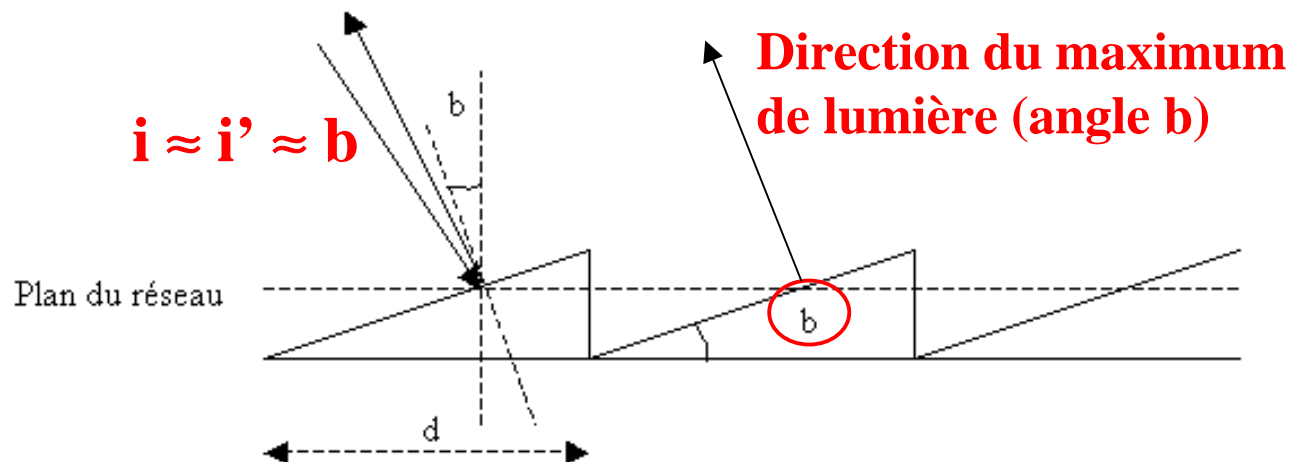
On constate que l'intensité décroît très vite autour du maximum de la courbe de diffraction donné par $\phi = 0$ (ordre d'interférence 0 pour lequel $i = -i'$, loi de la réflexion de Descartes). Il est possible de **décaler la fonction de diffraction** pour que son **maximum** ne se trouve plus donné par :

$\sin i + \sin i' = 0$ mais par :

$$\sin i + \sin i' = 2 \sin b$$

Réseau blazé

avec **i et i' tous deux voisins de b angle de blaze** du réseau. Pour ce faire, on adopte le profil suivant pour les traits du réseau, composé de facettes inclinées, ce qui permet d'augmenter la dispersion (k élevé), en conservant une **incidence nulle sur les facettes**:



Dans cette disposition, le **maximum de lumière se trouve toujours dans la direction de la normale à chaque trait, mais ne se trouve plus dans la direction de la normale au plan du réseau**, et fait un angle b avec ce plan.

Les longueurs d'onde situées dans le blaze sont données par $2 \sin b = k \lambda / d$

A titre d'exemple, pour un réseau de 300 traits/mm et dans l'angle de blaze de 63.5° ($i = i' = b$), on trouve la correspondance suivante :

Ordre $k = 8$ $\lambda = 7450 \text{ \AA}$ Infra Rouge
Ordre $k = 9$ $\lambda = 6630 \text{ \AA}$ rouge
Ordre $k = 10$ $\lambda = 5966 \text{ \AA}$ jaune
Ordre $k = 11$ $\lambda = 5420 \text{ \AA}$ vert
Ordre $k = 12$ $\lambda = 4971 \text{ \AA}$ bleu vert
Ordre $k = 13$ $\lambda = 4590 \text{ \AA}$ bleu
Ordre $k = 14$ $\lambda = 4260 \text{ \AA}$ violet
Ordre $k = 15$ $\lambda = 3980 \text{ \AA}$ Ultra Violet

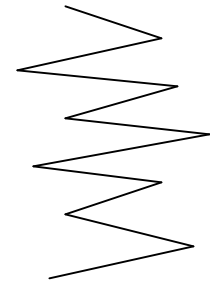
Il y a ici une large **superposition** des ordres d'interférence, qui nécessite l'emploi d'un filtre interférentiel pour les isoler, ou d'un système prédisperseur.



← SrI, FeI en absorption

← effet Doppler (zigzag !)

Domaine autour de 460.7 nm

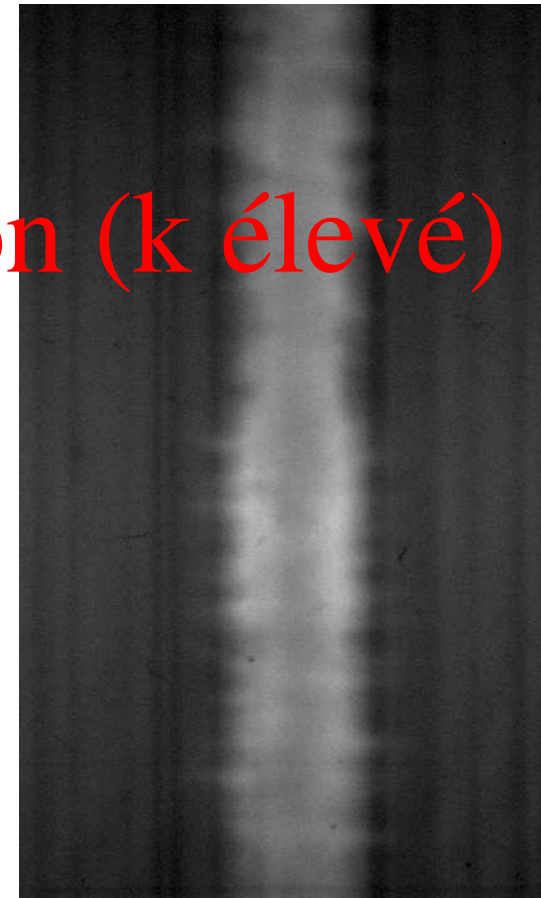


Spectres à haute dispersion (k élevé)

CaII K

393.3 nm →

En émission
au limbe

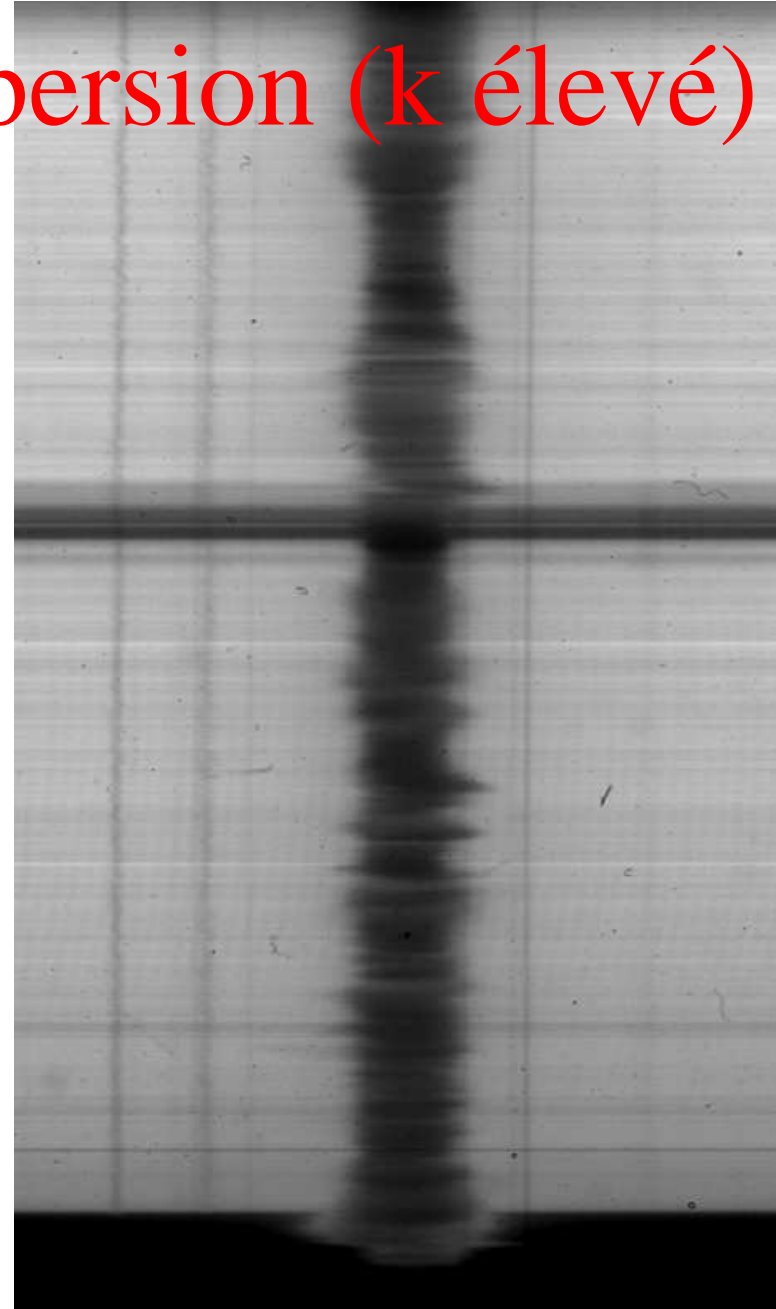


Spectres à haute dispersion (k élevé)



Raie CaII K 393.3 nm avec tache (cœur en émission) et région active (facules, ailes de raie en émission)

Raie H α avec tache et limbe →
656.3 nm, Effet Doppler



IV – Dispersion, résolution et échantillonnage du spectrographe

Plaçons nous à *i constant*. En différenciant la relation $\sin i + \sin i' = k \lambda / d$, il vient :

$$\cos i' di' = k d\lambda / d$$

et d'autre part on sait que, $di' \approx dx / f_2$ si x désigne la direction de la dispersion. Comme i' est voisin de b, la **dispersion** est donnée par

$$\boxed{dx/d\lambda = k f_2 / (d \cos b) \quad \text{en mm/\AA}}$$

Numériquement, celle ci est d'autant plus grande que :

le spectrographe est long (f_2 grand)

le nombre de traits/mm élevé (d petit)

et l'ordre k grand

Typiquement, la dispersion atteint 1 cm pour 1 Angström (\AA) pour le spectrographe de Meudon à l'ordre 10 ($b = 63.5^\circ$, $f_2 = 14$ m). Un intervalle spectral de 100 \AA seulement sera donc dispersé sur une longueur de 1 m ! La dispersion est proportionnelle à k, de sorte que dans l'exemple ci dessus, elle sera **2 fois plus grande dans le bleu (ordre 15) que dans le rouge (ordre 8)**; en effet dans le blaze **$2 \sin b = k \lambda / d = \text{constante}$**

La **résolution** du spectrographe dépend de la largeur de la fente d'entrée utilisée. En différenciant maintenant à i' *constant* la relation $\sin i + \sin i' = k \lambda / d$, il vient :

$$\cos i \, di = k \, d\lambda / d$$

et d'autre part, on a $di \approx dx / f_1$ si x désigne la direction orthogonale à la fente dans le plan de l'image solaire. Comme i est voisin de b , on en déduit que la largeur finie de la fente implique un **mélange spectral** sur un intervalle $\Delta\lambda = \Delta x \, d \, \cos b / (k \, f_1)$ où Δx désigne la largeur de la fente d'entrée.

$\Delta\lambda$ est 2 fois plus petit dans le bleu (ordre 15) que dans le rouge (ordre 8);

Avec $b = 63.5^\circ$, $f_1 = 14\text{m}$, on trouve pour $k = 10$ et pour $\Delta x = 200 \mu$ ($1''$) : $\Delta\lambda = 20 \text{ mÅ}$

C'est la valeur cible imposée par la largeur des raies spectrales pour les résoudre.

On montre que la résolution ne peut être meilleure que $\Delta\lambda = \lambda / N k$

Typiquement avec $N = 50000$ et $k = 10$, $\Delta\lambda = \lambda / 500000$ (12 mÅ dans le rouge)

La largeur de fente est guidée par le pouvoir de résolution du télescope et la qualité des images. A Meudon une fente de 200μ représente $1''$ sur le ciel. Il serait inutile d'utiliser une fente plus fine. Une fente plus large dégraderait la qualité des spectres.

Echantillonnage numérique du spectre

L'échantillonnage du spectrographe dépend de l'optique de transfert et du détecteur qui sont placés au foyer du spectrographe. C'est l'**intervalle spectral** qui sépare deux pixels adjacents du détecteur. Il doit être **inférieur à la demi résolution spectrale** du spectrographe pour ne pas perdre d'information. Par exemple, une résolution de 20 mÅ demande un échantillonnage à 10 mÅ.

