

Physique stellaire: proto-étoiles

1- *Rotation d'un nuage.* Nous avons vu en cours que la masse de Jeans représente la masse critique à partir de laquelle un nuage peut s'effondrer sous l'effet de son propre poids. Une fois que cet effondrement a commencé, une nouvelle barrière peut cependant freiner l'effondrement: la rotation.

Considérons un nuage proto-solaire typique d'une masse solaire, de rayon 10^{12} km, et qui tourne sur lui-même avec une période de 3×10^7 ans. Si aucune friction ne rentre en jeu, calculer la période de rotation du nuage quand ce dernier aura atteint la taille du Soleil. Comparer avec la période de rotation actuelle du Soleil. Conclusion?

Calculer à quel rayon le nuage devient rotationnellement instable. Montrer que le fait que son énergie cinétique devient supérieure en valeur absolue à son énergie gravitationnelle est équivalent au fait que l'accélération centrifuge à son bord devient supérieure à l'accélération gravitationnelle.

Comparer ce rayon aux distances planétaires typiques.

2- *Temps de chute libre du Soleil.* Si toute forme de pression disparaît brutalement au centre du Soleil, estimer le temps qu'il mettrait pour s'effondrer sur lui-même. Même chose pour une naine blanche de 1.4 masse solaire et de 6000 km de rayon qui s'effondre en supernova.

3- *Source possible d'énergie pour Jupiter.* Des mesures infrarouges montrent que Jupiter renvoie dans l'espace environ deux fois plus d'énergie qu'il n'en reçoit du Soleil.

a) Calculer la puissance produite par Jupiter, sachant qu'il orbite à 5.2 unités astronomiques (UA), et connaissant la luminosité solaire, $L_{\odot} \sim 3.86 \times 10^{26}$ W.

b) En supposant que cette énergie provient uniquement de la contraction lente de Jupiter, et en utilisant le théorème du viriel, calculer le taux de contraction de la planète.

c) En déduire l'échelle de temps de contraction de Jupiter, et la comparer à l'âge du système solaire. Conclusion?

A.N.: masse de Jupiter, $M_J \sim 0.955 \times 10^{-3} M_{\odot}$, rayon $R_J \sim 71400$ km.

4- *Démarrage des réactions nucléaires dans un nuage en effondrement.* En appliquant le théorème du viriel à un nuage d'une masse solaire en effondrement, calculer à partir de quel rayon les réactions nucléaires démarrent dans le nuage (10^7 K). On prendra comme énergie cinétique moyenne d'une particule d'un gaz parfait $3kT/2$, et comme énergie potentielle gravitationnelle d'une sphère homogène de masse M et rayon R , $E_{\text{pot}} = -3GM^2/5R$.

Expliquer la raison probable pour laquelle on trouve un rayon plus petit (mais du même ordre de grandeur) que celui du Soleil actuel.

5- *Ionisation d'un nuage en cours d'effondrement.* Evaluer l'énergie nécessaire pour ioniser une masse solaire composée d'hydrogène atomique H .

En déduire le rayon à partir duquel cette masse en effondrement devient complètement ionisée, et le comparer aux dimensions du système solaire.

6- Aplatissement d'un disque en rotation. Considérons un disque gazeux entourant le proto-Soleil. Nous nous proposons d'estimer l'épaisseur de ce disque, en équilibre sous l'effet de l'attraction du Soleil, de sa propre rotation et des gradients de pression.

Nous supposons que le disque est de masse négligeable par rapport à celle du Soleil, et que sa température T ne dépend que de x (pas de z).

a) Montrer que le gradient de pression vertical est donné par:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho g_z,$$

où P est la pression, ρ la densité et g_z la projection sur z de l'accélération $\vec{g}$ due au Soleil.

b) Montrer que l'on a $g_z \sim -GM_\odot z/r^3$, où r est la distance au Soleil.

c) En utilisant la loi des gaz parfaits, montrer que l'équation ci-dessus se met sous la forme:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{\mu GM_\odot}{kT r^3} z,$$

où μ est la masse d'un atome constituant le gaz (ici, essentiellement de l'hydrogène).

d) Rappeler la relation entre la distance r d'un objet (en orbite circulaire autour du Soleil) et sa vitesse angulaire Ω (troisième loi de Képler).

e) Rappeler la relation entre la vitesse quadratique moyenne $\bar{v}_{th}$ d'un atome dans un gaz parfait et la température de ce gaz. Rappeler l'expression de la vitesse du son dans un gaz, et montrer qu'en ordre de grandeur: $\bar{v}_{th} \sim c$.

f) En déduire que la distribution verticale du disque obéit à la loi:

$$\rho(z) \sim \rho(z=0) \exp \left[-\left(\frac{\Omega z}{c} \right)^2 \right],$$

et que l'épaisseur typique du disque est: $H \sim c/\Omega$.

Montrer que la rotation a tendance à aplatir le disque, alors que la température a tendance à l'épaissir.