

L'étoffe de la matière

Valeurs numériques:

Constante de Planck: $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{ sec}^{-1}$, $\hbar = h/2\pi$.

Masse du Soleil: $M_{\odot} \sim 2 \times 10^{30} \text{ kg}$

Masse de la Terre $M_{\oplus} \sim 3 \times 10^{-6} M_{\odot}$

Unité Astronomique: $1 \text{ UA} \sim 1.5 \times 10^8 \text{ km}$

Vitesse de la lumière: $c \sim 3 \times 10^8 \text{ m sec}^{-1}$

Masse du proton: $m_p \sim 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Masse de l'électron: $m_e \sim m_p/2000$

Charge de l'électron: $q \sim 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

1- La dernière fut la première. Rappeler quelles sont les quatre interactions physiques fondamentales de la nature. Donner leurs intensités relatives.

Expliquer pourquoi l'interaction gravitationnelle, qui est de loin la plus faible des quatre interactions fondamentales, est la première qui ait été identifiée, et la seule que l'on puisse facilement détecter dans la vie quotidienne.

2- Gravité et électrostatique. Comparer les forces électrostatiques et gravitationnelles qui s'exercent entre un proton et un électron dans un atome d'hydrogène (taille typique de $1 \text{ \AA}$).

3- Phénomènes classiques, phénomènes quantiques. Montrer que h (ou $\hbar$) a pour dimension un moment cinétique, J .

Tous les phénomènes *classiques* concernent les mouvements pour lesquels $J \gg \hbar$. Lorsque $J \sim \hbar$, on rentre dans le domaine *quantique*.

Pourquoi ne peut-on pas avoir $J \lesssim \hbar$?

Calculer le moment cinétique de la Terre autour du Soleil. A-t-on affaire à un phénomène classique?

Un atome simple comme l'hydrogène est composé d'un proton autour duquel orbite un électron. Estimer le moment cinétique de l'électron. Conclusion?

4- Phénomènes classiques, phénomènes relativistes. Tous les phénomènes *classiques* concernent les mouvements pour lesquels la vitesse $v \ll c$. Lorsque $v \lesssim c$, on rentre dans le domaine *relativiste*.

Estimer la vitesse de l'électron autour du noyau d'hydrogène. Conclusion? Comment s'appelle l'équation qui décrit les mouvements quantiques non relativistes?

Estimer la vitesse de l'électron le plus proche du noyau d'uranium, de charge $Z = 92$. Comment s'appelle l'équation qui décrit les mouvements quantiques relativistes?

5- La taille des atomes. Considérons un atome d'hydrogène, composé d'un proton p , de masse m_p et de charge $+q$ et d'un électron e de masse m_e et de charge $-q$ qui orbite à la distance r du proton. On se propose de montrer que l'intensité de la force électrostatique et les lois de la mécanique quantique impose un rayon de l'ordre de $r \sim 1 \text{ \AA}$ pour l'atome le plus stable.

L'énergie potentielle de Coulomb vaut $U_C = -q^2/4\pi\epsilon_0 r$, où $1/4\pi\epsilon_0 \sim 9 \times 10^9 \text{ uSI}$.

Montrer que le principe d'incertitude d'Heisenberg oblige l'électron à avoir une énergie cinétique, d'origine quantique, de l'ordre de $K_{\text{quan}} \sim \hbar^2/2m_e r^2$.

Tracer l'allure de l'énergie $E = U_C + K_{\text{quan}}$.

Montrer que l'atome le plus stable a un rayon (dit de Bohr) de:

$$r_B \sim 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e q^2}.$$

Calculer r_B . Discuter ce résultat en termes physiques.

6- La taille des noyaux. On connaît mal la forme de l'interaction forte entre nucléons dans un noyau atomique. Cependant, on sait que l'énergie de liaison E_{nuc} entre nucléons, due à cette interaction, est de l'ordre du MeV.

Estimer alors la taille r_{nuc} des noyaux atomiques en utilisant le principe d'incertitude.

Expliquer les deux raisons pour lesquelles les noyaux atomiques sont beaucoup plus petits que les atomes.

Nous verrons qu'une étoile à neutrons est une étoile où les protons et les électrons ont fusionné pour former des neutrons. Dans une telle étoile, seule l'interaction forte intervient. Estimer alors la taille d'une étoile à neutrons de masse $1.5 M_{\odot}$.

7- La taille minimale d'une naine blanche. Nous verrons plus tard qu'une étoile en fin de vie devient une naine blanche (mélange très dense de noyaux et d'électrons). Cette naine blanche peut elle-même imploser en supernova si les électrons qui la composent ont des vitesses relativistes.

Montrer que les électrons deviennent relativistes lorsque la naine blanche a un rayon R inférieur à une valeur critique, R_{crit} , de l'ordre de:

$$R_{\text{crit}} \sim \left(\frac{3M}{4\pi m_p} \right)^{1/3} \frac{\hbar}{m_e c}$$

(On simplifie les calculs en supposant que la naine blanche n'est composée que d'hydrogène, i.e. de protons et électrons).

Application numérique pour une naine blanche de masse solaire.

Lorsque $R \leq R_{\text{crit}}$, l'étoile implose en supernova (calcul de Chandrasekhar, années 1930, que nous détaillerons plus tard).