UPMC - **LP210** - Partie : Mouvement planétaire
2013-2014 Semestre 1
Mercredi 8 janvier 2014
Calculatrice autorisée. Epreuve sans document.
Ce texte est sur deux pages.

On précisera toujours les unités.

Il sera tenu compte de la clarté des calculs et de la présentation finale des résultats.

★

Dans tout ce texte, a représente le demi-grand axe de l'orbite considérée et e son excentricité. La période de révolution du mouvement est notée T . La masse volumique est notée ρ . Les distances r (r_p pour le périhélie) sont comptées à partir du centre du corps attractif.

On prendra pour l'unité astronomique : $1 \text{ UA} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$.

I - Questions de cours

1 - Loi des aires

Énoncer et démontrer la loi des aires (deuxième loi de Kepler). Dans quel cas s'applique-t-elle ?

2 - Jour moyen et jour sidéral

Donner la définition du jour moyen J_M et du jour sidéral J_s pour la Terre. Calculer J_s et exprimer sa valeur en jour décimal puis en heures minutes secondes.

II - Problème

A - Lune

On appelle « lunaison » l'intervalle de temps, noté L , entre deux pleines lunes. Exprimer la période de révolution (sidérale), notée L' , de la Lune autour de la Terre. On donne $L = 29,53$ jours. Calculer L' .

B - Satellites, comètes et limite de Roche

Au voisinage d'un gros corps A , un petit corps B est détruit par effet de marée s'il est en-deça de la limite de Roche, définie par :

$$d_R = 2,4 \left(\frac{\rho_A}{\rho_B} \right)^{\frac{1}{3}} R_A \quad (1)$$

où R_A est le rayon du corps A , ρ_A sa masse volumique et ρ_B la masse volumique de B .

1 - Saturne

Le système de la planète Saturne comprend des anneaux et des satellites.

Le rayon de Saturne est $R = 60\,268$ km et sa masse volumique $\rho = 0,69\,10^3$ kg.m⁻³.

Historiquement, les anneaux de Saturne sont ainsi dénommés, en allant du plus petit rayon au plus grand : D, C, B, division de Cassini et A. Le rayon interne de l'anneau D est 67 000 km, le rayon externe de A est 137 000 km. On considèrera leur masse volumique égale à celle de Saturne. Pour le satellite Mimas, on donne : demi-grand axe de l'orbite $a = 186\,000$ km, $\rho = 1,2\,10^3$ kg.m⁻³.

- Calculer d_R pour Saturne-anneaux.
- Calculer d_R pour Saturne-Mimas.
- Conclure à propos de la limite de Roche.

2 - Soleil

a) Le Soleil a un rayon $R = 7\,10^5$ km et une masse volumique $\rho = 1,4\,10^3$ kg.m⁻³. Calculer la limite de Roche pour une comète de masse volumique $\rho_B = 0,2\,10^3$ kg.m⁻³.

Exprimer d_R en km et en UA (unité astronomique).

On considèrera dans ce problème que toutes les comètes ont même masse volumique ρ_B définie ci-dessus. Pour l'expression de d_R , on choisira pour la suite l'unité (km ou UA) la mieux adaptée.

b) La comète de Hale-Bopp a une période $T = 2\,537$ ans et son orbite a une excentricité $e = 0,9942$. Calculer son demi-grand axe a . Calculer la distance r_p minimale entre Hale-Bopp et le Soleil. Comparer les distances d_R et r_p . Conclure.

c) La comète ISON est passée le 28 novembre 2013 à son périhélie, à la distance $r_p = 1,17\,10^6$ km. Comparer les distances d_R et r_p . Conclure.

C - Synthèse A et B

La planète Terre ($R = 6\,378$ km ; $\rho = 5,52\,10^3$ kg.m⁻³) est en orbite autour du Soleil et sa période de révolution est supposée connue.

a) En utilisant les grandeurs déjà données, calculer le rapport des masses de la Terre et du Soleil.

b) En utilisant les résultats des parties **A** et **B**, calculer le demi-grand axe de l'orbite de la Lune autour de la Terre. Pour ce calcul, on n'a pas à utiliser la valeur numérique de G (constante de gravitation universelle) qui n'est d'ailleurs pas donnée ici.

c) Calculer la limite de Roche d_R pour un corps du type de la Lune ($\rho = 3,50\,10^3$ kg.m⁻³) en orbite autour de la Terre. Vérifier que la Lune est hors de la limite de Roche.