

Examen, 18 décembre 2007, durée totale: 2 heures
Calculatrices de type lycée et documents de cours et TD autorisés

Quelques quantités utiles: (d'autres quantités sont également disponibles dans le cours, si nécessaire)

Masse du Soleil: $M_{\odot} = 2 \times 10^{30}$ kg

Luminosité du Soleil: $L_{\odot} = 4 \times 10^{26}$ W

Vitesse de la lumière: $c = 3 \times 10^8$ m sec⁻¹

Masse du proton: $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg

Constante de la gravitation: $G = 6.67 \times 10^{-11}$ uSI

Indications: plusieurs questions sont indépendantes. La plupart des questions ne demandent que des calculs *simples*.

Ordres de grandeur

- 1- Donner la valeur du parsec (pc), exprimée en unités astronomiques (UA). Expliquer soigneusement comment cette valeur est obtenue.
- 2- Donner la relation entre la distance d'une étoile et sa parallaxe annuelle. On précisera les unités employées dans cette relation.
- 3- Quelle est la distance maximale (en UA) à laquelle des corps peuvent rester liés gravitationnellement au Soleil? (Ceci définit les frontières de notre Système Solaire).
- 4- (a) Montrer par un raisonnement physique simple qu'en l'absence de pression interne, un nuage de masse volumique ρ s'effondre sur lui-même en un temps typique (dit "de chute libre") de $t_{cl} \sim 1/\sqrt{G\rho}$.
(b) Application numérique: calculer le temps de chute libre d'un nuage qui contient $n = 10^6$ atomes d'hydrogène par m³. Donner le résultat en années.
(c) Application numérique: calculer le temps de chute libre d'une naine blanche de masse $M = 1.4M_{\odot}$ et de rayon 6000 km (phase dite de supernova).

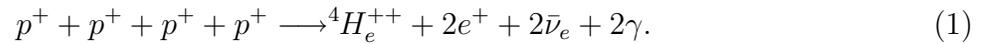
Magnitudes

- 5- Une supernova atteint une magnitude visuelle absolue de $V \approx -18.5$. Quelle serait la magnitude visuelle apparente d'une supernova qui exploserait dans la galaxie d'Andromède, qui se trouve à environ 700 kpc de nous (soit environ 2.2 millions d'années lumière)?

Serait-elle visible à l'œil nu?

Physique stellaire

6- Lors d'une réaction thermonucléaire au centre du Soleil, on a la transformation d'hydrogène en hélium (avec production d'énergie), dont le bilan est:



Il y a une perte de masse δM lors de chacune de ces réactions. Cette perte de masse est transformée en énergie selon la loi $\delta E = \delta M \cdot c^2$, et permet au Soleil de briller.

(a) Estimer de manière simple la quantité de masse solaire qui disparaît par seconde, à cause des réactions thermonucléaires décrites ci-dessus.

(b) Quelle fraction de masse solaire a disparu depuis la naissance du Soleil?

(c) Commentaires.

7- (a) Montrer que la pression due à la gravité au centre d'une étoile de masse M et de rayon R est de l'ordre de $P_g \sim GM^2/R^4$.

(b) On admet ici que la pression quantique dite "de Fermi" dans un milieu de masse volumique ρ est de la forme $P_F = K \cdot \rho^{5/3}$, où K est une constante physique qui dépend de la masse de l'électron, la constante de Planck, et de constantes numériques.

Montrer que dans ces conditions une naine blanche doit se stabiliser pour un rayon $R \propto 1/M^{1/3}$.

Corrigé succinct:

1- D'après la définition du parsec (à donner!) on a $1 \text{ pc} = (180 \times 3600)/\pi = 206265 \text{ UA}$

2- $d_{\text{pc}} = 1/\pi''$ (arcsec), à expliquer!

3- $\sim 50000 \text{ UA}$, au-delà: les effets de marée de la Galaxie et les perturbations des étoiles proches déstabilisent les corps orbitant autour du Soleil.

4- (a) Accélération $g \sim GM/R^2$, $t_{\text{cl}} \sim \sqrt{(R/g)}$, $\rho \sim M/R^3$, d'où $t_{\text{cl}} \sim 1/\sqrt{G\rho}$

(b) $\rho \sim n \cdot m_p \sim 2 \times 10^{-21} \text{ kg m}^{-3}$. D'où $t_{\text{cl}} \sim 3 \times 10^{15} \text{ sec} \sim 10^8 \text{ ans}$.

(c) $\rho = M/(4/3\pi R^3) \sim 3 \times 10^9 \text{ kg m}^{-3}$, soit $t_{\text{cl}} \sim 2 \text{ sec}$.

5- $m = M + 5 \log_{10}(d_{\text{pc}}/10)$, soit ici $m_{SN} = 5.7$. Faible, mais visible à l'œil nu.

6- (a) Chaque quantité de masse ΔM qui disparaît produit une énergie $\Delta E = \Delta M \cdot c^2$, soit une disparition par unité de temps dM/dt donnée par: $dE/dt = L_{\odot} = dM/dt \cdot c^2$, soit $dM/dt \sim 4 \times 10^9 \text{ kg sec}^{-1}$ (un million de tonnes par seconde!).

(b) Au bout de 5 milliards d'années: $\Delta M \sim 7 \times 10^{26} \text{ kg} \sim 3 \times 10^{-4}$

(c) négligeable...

7- (a) Force $\sim GM^2/R^2$, surface $\sim R^2$, donc pression $P_g \sim GM^2/R^4$.

(b) $P_F \propto \rho^{5/3} \sim M^{5/3}/R^5$

Quand R diminue, P_F augmente plus rapidement que P_g , donc équilibre possible.

Alors $P_F = P_g$ donne $R \sim K/(GM^{1/3}) \propto 1/M^{1/3}$.