

# Examen TC9 : Plasmas astrophysiques (cours N. Meyer)/Nov 2005

- Notes autorisées ; calculatrices recommandées.
- Les 4 parties peuvent être traitées dans un ordre quelconque.
- Dans chacune, il est préférable (mais pas toujours indispensable) de traiter les questions dans l'ordre.
- Pour chaque question numérotée, le barème est indiqué entre parenthèses, avec un total de 27; comme l'examen est noté sur 20, vous avez un certain choix.
- On trouvera en dernière page des constantes et paramètres éventuellement (mais pas forcément) utiles.

## I. Dynamique de particules chargées

### 1. Généralités (1+1+1)

a) Résumer en quelques lignes les caractéristiques du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme. Expliquer comment on peut évaluer la dimension minimum  $L$  que doit avoir une région de champ magnétique donné pour avoir un effet significatif sur une particule de charge, masse, et énergie données. Exprimer  $L$  en fonction de ces paramètres pour :

- des particules de vitesse  $v \ll c$ ,
- des particules de vitesse  $v \simeq c$ .

b) Expliquer brièvement ce que représente le moment magnétique d'une particule chargée dans un champ magnétique, et ses propriétés principales.

c) Résumer brièvement les conditions que doit satisfaire une structure de champ magnétique pour représenter un miroir magnétique pour des particules données.

### 2. Particules dans un champ magnétique dipolaire (2+2)

a) On considère des particules qui traversent le plan équatorial magnétique de la Terre à la distance  $LR_{\oplus}$  du centre, avec une vitesse faisant l'angle  $\beta_0$  avec le champ. Attention, on considère le cas général où  $L$  n'est pas forcément  $\gg 1$ , et donc la ligne de champ suivie par les particules ne coupe pas forcément la Terre près des pôles. Si les particules s'approchent à moins d'une centaine de kilomètres de la surface terrestre, elles sont absorbées dans l'atmosphère. Quelle est la valeur minimale de  $\beta_0$  pour qu'elles soient réfléchies avant d'atteindre cette région? (On supposera que les conditions de conservation du moment magnétique sont remplies.) Calculer cette valeur de  $\beta_0$  pour  $L = 2$ .

b) On considère des électrons et des protons d'énergie cinétique  $W$  dans le plan équatorial magnétique de la Terre à la distance  $LR_{\oplus}$  du centre de la Terre, avec une vitesse située approximativement dans ce plan. Quelle condition doit satisfaire l'énergie (en ordre de grandeur) pour que leur moment magnétique soit conservé?

Faire une application numérique pour  $L = 2$ . Même question pour des ions de Fer complètement ionisé (élément Fer : nombre de protons  $Z = 26$ , nombre de nucléons  $A = 56$ ) avec  $L = 5$ .

## II. Champ gelé (3)

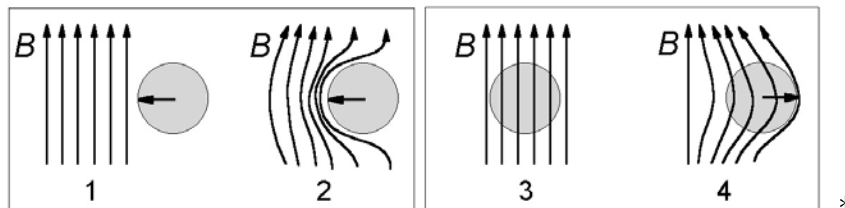


FIG. 1 –

On considère une boule de cuivre de diamètre  $L$  et on essaye de la rentrer dans une région de fort champ magnétique (Figure : 1, 2, 3). Combien de temps va mettre le champ magnétique pour pénétrer dans la barre ? Une fois que le champ a pénétré, si vous essayez de retirer la barre (Figure : 4) combien de temps va mettre le champ à disparaître de la barre ? A quelle vitesse devez-vous déplacer la barre pour que les effets indiqués sur la figure se produisent ? Imaginez comment les choses sont modifiées pour un objet astrophysique.

## III. Particules dans un champ de gravitation

### 1. Gaz neutre (2+2+1)

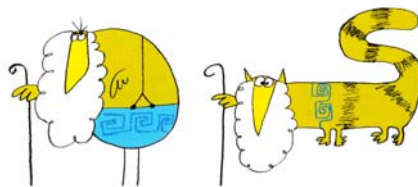
On considère un gaz neutre formé de particules de masse  $m$  autour d'un (gros) objet de masse  $M$  et rayon  $R$ . Soit  $r$  la distance au centre de l'objet. On considère des altitudes  $z = r - R \ll R$ .

a) Montrer (brièvement) que l'équilibre hydrostatique à la température  $T$  entre le gradient de pression (force radiale  $-dP/dr$ ) et l'attraction gravitationnelle produit une densité décroissant avec l'altitude comme  $e^{-z/H}$ . Donner une expression approchée de  $H$ , et calculer sa valeur numérique :

- à la base de l'atmosphère de Mars (on prendra  $m \simeq 44m_p$ ,  $T \simeq 200$  K),
- près de la surface visible du Soleil (on prendra  $m \simeq 1.2m_p$ ,  $T \simeq 5800$  K).

b) On suppose maintenant que la fonction de distribution des vitesses des particules à l'altitude  $z = 0$  est encore une Maxwellienne de température  $T$ , mais que les collisions entre les particules sont négligeables aux altitudes supérieures. En déduire la distribution des vitesses à l'altitude  $z$ , et la variation de la densité des particules avec l'altitude.

c) Quelle condition doit satisfaire la densité  $n$  des particules pour que les collisions soient effectivement négligeables ? Exprimer cette condition en fonction de  $m$ ,  $T$ ,  $M$ , et  $R$ .



Tous les chats sont mortels  
Socrate est mortel  
Donc Socrate est un chat

Note : Attention aux conclusions hâtives ; ce problème est différent de celui traité dans le cours : ici les particules viennent du bas, et doivent vaincre le potentiel gravitationnel pour monter.

## 2. Plasma Maxwellien (2+2+2+2)

On suppose maintenant que le gaz est un plasma complètement ionisé formé d'électrons et d'ions (masse  $m_i = Am_p$  et charge  $q = e$ ), autour d'un (gros) objet de masse  $M$  et rayon  $R$ . Soit  $r$  la distance au centre de l'objet. On suppose que le gaz est statique, qu'à l'altitude  $z = r - R = 0$  les particules sont en équilibre à la température  $T$ , et que la recombinaison est négligeable.

a) Montrer qu'il existe un champ électrique d'amplitude  $E = m_i MG / (2er^2)$  à la distance  $r$ . Comment est dirigé ce champ ? Calculer la différence entre la densité des ions et celle des électrons à la distance  $r$  qui est nécessaire pour produire ce champ.

b) Montrer que le calcul de la variation avec la distance de la densité des ions et des électrons se ramène à un problème équivalent où le gaz est formé de particules neutres de masse  $m$ . Que vaut  $m$  ? Comment varie la densité des électrons et des ions avec l'altitude  $z \ll R$  si le plasma est collisionnel partout ? Exprimer l'échelle de hauteur en fonction de  $m_i$ ,  $T$ ,  $M$ , et  $R$ .

c) Ce résultat est-il modifié en l'absence de collisions ? Justifier votre réponse.

d) Quelle condition doit satisfaire la densité  $n$  des particules pour que les collisions soient effectivement négligeables ? Exprimer cette condition en fonction des paramètres du problème. Commenter.

## IV. Ionisation (2+2)

a) Expliquez en quelques lignes comment se forme l'ionosphère de la planète Mars, et pourquoi la concentration des ions a un maximum à une certaine altitude. Evaluer la densité du plasma à ce maximum (on utilisera les valeurs numériques indiquées dans la question III 1 a), et un flux de photons ionisants  $F_{\odot} \simeq 10^{14}$  photons/m<sup>2</sup>/s.)

b) Résumez en quelques lignes les principales différences sur la physique de l'ionisation entre l'ionosphère de Mars et une région interstellaire H II.

### Paramètres divers :

charge de l'électron :  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  Cb,

vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 3. \times 10^8$  m/s,

masse de l'électron :  $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$  kg,

masse du proton :  $m_p = 1.7 \times 10^{-27}$  kg,

constante de gravitation  $G = 6.7 \times 10^{-11}$  (unités S.I.),

constante de Boltzmann  $k_B = 1.4 \times 10^{-23}$  J/K,

perméabilité du vide  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  (unités S.I.),

conductibilité électrique du cuivre :  $\sigma \simeq 6 \times 10^7$  (ohm m)<sup>-1</sup>.

Accélération de la pesanteur sur Terre :  $g_{\oplus} \simeq 10$  m<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>,

masse de la Terre :  $M_{\oplus} \simeq 6 \times 10^{24}$  kg

rayon de la Terre :  $R_{\oplus} \simeq 6.4 \times 10^6$  m,

masse du soleil :  $M_{\odot} \simeq 2. \times 10^{30}$  kg,

rayon du soleil :  $R_{\odot} \simeq 7. \times 10^8$  m,

masse de la planète Mars :  $\simeq 0.11 \times M_{\oplus}$ ,

rayon de la planète Mars :  $\simeq 0.53 \times R_{\oplus}$ .