Corrigé de l'examen TC9 : Plasmas astrophysiques (N. Meyer)/Déc. 2008

- Ceci est un corrigé résumé, qui n'indique que l'essentiel et ne reprend pas les explications du cours.

I. Nanoparticules dans l'héliosphère

1. Flux d'électrons arrivant sur le grain

(a) $v_{the} = (2k_BT/m_e)^{1/2} \gg V$
$< v >= \int d^3v\ v\ f(\mathbf{v})/[\int d^3v\ f(\mathbf{v})]$ avec $d^3v = 4\pi v^2 dv$ et $f(\mathbf{v}) \propto \exp(-mv^2/2k_BT)$.
Le numérateur se calcule en intégrant par parties, l'autre intégrale (normalisation) est dans le cours.
L'approximation Maxwellienne est mauvaise pour les vitesses $v > v_{the}$ (queue supra-thermique) mais ces particules ne jouent pas un rôle important dans les intégrales.
(b) Surface $4\pi a^2$; flux $n < v >$ sur surface perpendiculaire ; 1/2 arrivent en venant de l'extérieur du grain ; $< \cos\theta >= 1/2$, d'où le facteur 1/4.
(c) $N_{e0} \simeq 3 \times 10^{13} a^2/d_{UA}^2$.

2. Charge électrique

(a) Voir polys.
(b) Théorème de Gauss (ou potentiel de Coulomb).
$q \simeq 5.6 \times 10^{-10} a$.
$q \simeq 2.8 \times 10^{-18}$ Cb.
Valable si $q > e$ donc $a > 0.3$ nm (sinon il faut faire un calcul statistique).
(c) $\tau \sim (q/e)/(N_{ph0}/d_{UA}^2) \sim 2200 d_{UA}^2$ s.

3. Forces exercées sur le grain

(a) Vitesse orbitale $= (M_\odot G/d)^{1/2} \simeq 30$ km/s $\ll V$. Donc vitesse relative $\simeq V$.
Force de Lorentz $\mathbf{F}_L = -q\mathbf{V} \times \mathbf{B}$ avec $q = 4\pi\epsilon_0 a\phi$ et $\phi \simeq 5$ Volts. D'où $F_L \simeq 0.9 \times 10^{-12} a/d_{UA}$.
(b) Masse du grain $m = 4\pi\rho a^3/3$; force de gravitation $F_G = mM_\odot G/d^2$ (attention ici d est en m, pas en UA). D'où, $F_G/F_L \simeq 5.6 \times 10^{13} a^2/d_{UA}$.
$F_G/F_L \simeq 1.4 \times 10^{-3} \ll 1$.
(c) $F_G/F_L \simeq (m/q)(3.7/d_{UA})$.
D'où $F_G/F_L \ll 1$ à 1 UA si $q/m \gg 4$ Cb/kg.

4. Mouvement du grain dans le champ magnétique du vent solaire

(a) Proton : $e/m_p \simeq 10^8$ Cb/kg $\gg q/m$.
Dans le repère du vent le mouvement est en première approximation une hélice d'axe **B**.
(b) $r_g = mV_\perp/qB = (mV/qB_\perp)\sin^2\theta \simeq 3 \times 10^{10} d_{UA}^3/(1 + d_{UA}^2)$ (ici $\tan\theta = B_\perp/B_\parallel$).
$T = 2\pi m/qB (\simeq 2.2 \times 10^{22} a^2 d_{UA}^2/(1 + d_{UA}^2)^{1/2}) \simeq 5.2 \times 10^5 d_{UA}^2/(1 + d_{UA}^2)^{1/2}$.

(c) A 1 UA ces valeurs sont à peine inférieures aux échelles de variation donc le moment magnétique n'est pas très bien conservé.

II. Signal radio d'un pulsar

(1) On a $f \gg f_p$ dans les 2 cas, donc le signal n'est pas modifié significativement par ces traversées (sauf éventuellement si le trajet de l'onde passe très près du soleil, là où f_p n'est plus $\ll f$).

(2) L'indice n est d'autant plus proche de 1 que la fréquence est grande. Le signal se propage à la vitesse de groupe, qui vaut nc, et qui est donc d'autant plus grande que la fréquence est grande. Le signal de fréquence $f = 200$ MHz arrive donc après celui de fréquence $f = 300$ MHz. On obtient une valeur approchée de la densité moyenne sur le trajet à partir de la distance D du pulsar et du délai Δt en calculant la dérivée du temps de propagation en fonction de la fréquence (angulaire) (c.f. cours)

$$\Delta t/\Delta\omega \quad \sim \quad -\frac{1}{c\omega^3}\int ds\, \omega_p^2 \sim -\frac{\omega_p^2}{c\omega^3}D \tag{1}$$

où l'intégrale est le long du trajet de l'onde ; (attention, ne pas confondre les Hz et les rad/s). D'où la valeur très approchée $n_e \sim 10^5$ m^{-3}.

(3) Une des hypothèses les plus douteuses est la densité constante sur le trajet de l'onde (ce qui néglige notamment l'environnement proche du pulsar.)