Corrigé de l'examen TC10 : Plasmas et fluides en astrophysique (cours N. Meyer)/Déc. 2004

- Ceci est un corrigé résumé, qui n'indique que l'essentiel et ne reprend pas les explications du cours.

I. Ondes en plasmas

1. Généralités

a) En l'absence de champ magnétique permanent, l'indice de réfraction des ondes électromagnétiques en plasma vaut $n \simeq (1 - \omega_p^2/\omega^2)^{1/2}$ (avec les notations du cours) ; il est déterminé par les électrons, qui sont mis en mouvement par le champ de l'onde. Ces ondes ne se propagent que pour $\omega > \omega_p$; à ces fréquences, les ions (dont le temps de réaction $\sim 1/\omega_{pi}$) restent immobiles. Puisque $n < 1$, la vitesse de phase $v_\phi > c$, donc $> v_{th}$, (et en général $>> v_{th}$. Puisque en général $v_{th} << v_\phi$, l'agitation thermique ne modifie pas l'indice (en première approximation).

b) En présence d'un champ magnétique permanent, la force de Lorentz modifie les trajectoires des particules dans la direction $\perp\mathbf{B}$ et donc l'indice (détails dans le cours).

2. Deux cas limites

a) Dans la limite $B \to \infty$, $n \to 1$ pour les ondes se propageant $\parallel \mathbf{B}$. Les ondes se propagent comme dans le vide, car puisque le rayon de gyration $\to 0$, les particules ne peuvent pas se déplacer dans la direction $\perp\mathbf{B}$.

b) Dans la limite $\omega \to \omega_g$, $n \to \infty$ pour l'onde droite (en propagation $\parallel \mathbf{B}$) : on a une résonance. L'onde est absorbée par les électrons, qui tournent dans le même sens que le plan de polarisation de l'onde et à la même vitesse. Pour $n \to \infty$, la vitesse de phase $v_\phi \to 0$, donc $v_{th} > v_\phi$ et l'approximation "plasma froid" n'est pas justifiée. (Noter que l'indice a été calculé en négligeant le mouvement des ions ; quand on en tient compte, on trouve une résonance à leur fréquence de gyration, mais cette fois-ci pour l'onde gauche, dont le plan de polarisation tourne comme eux).

3. Signal radio d'un pulsar

a) L'indice n est d'autant plus proche de 1 que la fréquence est grande. Le signal se propage à la vitesse de groupe, qui vaut nc, et qui est donc d'autant plus proche de c que la fréquence est grande. Le signal de fréquence $f = 150$ MHz arrive donc après celui de fréquence $f = 200$ MHz. On obtient une valeur approchée de la distance D du pulsar à partir de la dérivée du temps de propagation τ en fonction de la fréquence (angulaire) (c.f. cours)

$$d\tau/d\omega \quad = \quad -\frac{1}{c\omega^3}\int ds\, \omega_p^2 \simeq -\frac{\omega_p^2}{c\omega^3}D \qquad (1)$$

où l'intégrale est le long du trajet de l'onde ; (attention, ne pas confondre les Hz et les rad/s). D'où (avec $d\omega/\omega \simeq 50/175$), $D \simeq 3. \times 10^{19}$ m $\simeq 10^3$ parsecs.

b) Une des hypothèses les plus douteuses est la densité constante sur le trajet de l'onde (ce qui néglige notamment l'environnement proche du pulsar.)

4. Domaines de propagation

Aucune onde électromagnétique ne se propage parallèlement au champ magnétique dans le domaine de fréquence $\omega_g < \omega < \omega_G$ (avec les notations du cours, i.e. ω_g est la gyrogréquence des électrons et ω_G la frequence de coupure du mode gauche). Cela ne peut se produire que si $\omega_g < \omega_G$, i.e. en substituant la valeur de ω_G (c.f. cours), que si $\omega_p/\omega_g > 2^{1/2}$.

II. Collisions, viscosité, et conductivité thermique

1. Collisions

Dans un plasma, le libre parcours moyen l_{pm} varie comme le carré de la température à cause des collisions coulombiennes, alors que dans un gas neutre il est (en première approximation) indépendant de la température (détails dans le cours).

2. Viscosité et conductivité thermique

a) La viscosité d'un fluide non turbulent, produite par les collisions entre particules, tend à détruire les inhomogénéités de vitesse. Dans un plasma, elle est due aux ions, car ce sont eux qui ont la plus grande valeur de mv_{th} (détails dans le cours).

b) La conductivité thermique d'un fluide (non turbulent), produite par les collisions entre particules, tend à détruire les inhomogénéités de température. Dans un plasma, elle est due aux électrons, car ce sont eux qui ont la plus grande vitesse thermique v_{th} (détails dans le cours).

3. L'oreille interne

a) Le mouvement de la tête met en mouvement les parois des canaux, mais pas l'ensemble du fluide à cause de son inertie. A cause de la viscosité, la partie du fluide qui touche les parois se met en mouvement, et cette quantité de mouvement diffuse progressivement, sur une épaisseur qui augmente avec le temps t comme $(\nu t)^{1/2}$.

b) L'ensemble du liquide est mis en mouvement lorsque l'épaisseur de la couche égale le rayon r du tube, soit au bout d'un temps $r^2/\nu \simeq 0.25$, donc de l'ordre de grandeur de la seconde.

4. Transport de chaleur dans la couronne solaire

a) Avec les paramètres indiqués, le libre parcours moyen (c.f. cours) est de l'ordre de 10^6 m. La conductivité thermique varie avec T comme $l_{pm} \times v_{th}$ donc comme $T^{5/2}$.

b) Cette expression n'est correcte que si l_{pm} est très petit devant l'échelle de hauteur $H = k_B T/\mu g$, ce qui est limite ici.

c) Avec les hypothèses faites, l'équation d'énergie se réduit à $\nabla . \mathbf{Q} = 0$. Le gradient de temperature est radial, donc $\mathbf{Q}$ aussi, et en substituant les expressions de $\mathbf{Q}$, de $\nabla .$ en coordonnées sphériques, et de la conductivité thermique, on trouve l'équation cherchée.

d) En intégrant avec la condition à l'infini, on obtient $T \propto r^{-2/7}$.

III. Une étoile sans couronne

a) Avec les hypothèses faites, on écrit l'équilibre entre le gradient de pression et l'attraction gravitationnelle et on intègre (ou bien Boltzmann) (c.f. cours), avec la condition aux limites $\rho \to \rho_\infty$ pour $r \to \infty$.

b) En utilisant les paramètres indiqués, avec $\mu = m_p/2$, on trouve que la densité près de la surface de l'étoile égale la densité à l'infini nm_p, multipliée par un facteur plus grand que e^{1000} !

c) Le résultat est impossible. On doit abandonner l'hypothèse d'équilibre hydrostatique. L'énergie gravitationnelle des particules près de l'étoile est tellement supérieure à leur énergie thermique, que le milieu va être accrété par l'étoile (i.e. on a un vent dirigé de l'extérieur vers l'intérieur). Noter qu'en réalité, la température n'est pas constante, et en général l'étoile tourne, ce qui détruit la symétrie sphérique.