Corrigé de l'examen TC10 : Plasmas et fluides en astrophysique/Déc. 2003

- Ceci est un corrigé résumé, qui n'indique que l'essentiel et ne reprend pas les explications du cours.

1.

1.1

D'après la figure on a à $0.7R_\odot$ (à environ 10% près) : $T = 2 \times 10^6$ K, $\rho = 200$ kg/m^3, $M_r = M_\odot$.

- 1.1.1 L'ionisation est essentiellement due à la température ($k_B T$ est très supérieur à l'énergie d'ionisation de l'hydrogène.) Comme $(\rho/m_p)^{-1/3} = 2 \times 10^{-10}$ n'est pas beaucoup supérieur à la taille de l'atome d'hydrogène, l'ionisation par pression doit aussi contribuer.
- 1.1.2 On a $n = \rho/m_p = 1.2 \times 10^{29}$ électrons (ou ions)/m^{-3}. Avec les expressions du cours, on déduit $g = 0.5$, $T/T_F = 20$, $k_B T/m_e c^2 = 3. \times 10^{-4}$. Le milieu peut donc être considéré comme un gaz (on est près de la limite) non dégénéré non relativiste.
- 1.1.3 Le rapport de la densité d'énergie du rayonnement à celle des particules vaut $aT^4/(3nk_B T) = 1.2 \times 10^{-3}$. La pression est donc assurée par les particules, comme c'est le cas dans les étoiles de type solaire.
- 1.1.4 L'équation d'état approchée du milieu est donc $P = 2nk_B T$ (pression des ions plus celle des électrons, gaz parfaits en première approximation) avec $n = \rho/m_p$.
- 1.1.5 La conductivité électrique et la conductivité thermique sont assurées par les électrons et leurs collisions avec les ions. En première approximation, comme le libre parcours moyen est extrêment petit, on peut utiliser les expressions du cours, d'où $\sigma = 3 \times 10^6$ mho et $\kappa = 2 \times 10^4$ (unités SI).

1.2

- 1.2.1 Le gradient de pression équilibre la force de gravitation d'où $dP/dr = -\rho g$ avec $g = M_r G/r^2$. Sur une distance petite devant le rayon on peut supposer g et T constants. En substituant l'équation d'état, on a $d\rho/\rho = dr/H$ où $H = 2k_B T/m_p g$. Sur une petite distance, la densité décroit donc comme $e^{-r/H}$. (Mais H varie avec la distance comme T/g).
- 1.2.2 A $r = 0.7R_\odot$, on trouve $H = 6.10^7$ m soit à peu près 0.1 $R_\odot$. Sur la figure, on voit que près de $0.7R_\odot$, la densité varie d'un facteur 10 en 0.2 $R_\odot$, ce qui correspond à peu près. Evidemment il ne faut pas chercher à retrouver la même décroissance exponentielle sur une trop grande distance à cause de la variation de T et g.
- 1.2.3 La densité d'énergie magnétique vaut $B^2/2\mu_0 = 4 \times 10^5 << 3nk_B T$. Elle est négligeable devant l'énergie des particules et le champ magnétique ne perturbe donc pas l'équilibre hydrostatique.
- 1.2.4 Le rapport du transport de chaleur par conduction thermique sur le transport par advection est l'inverse du nombre de Reynolds, soit en gros $v_{the} l_{pm}/VL$ où V et L

sont respectivement les vitesses et dimensions caractéristiques. Avec les paramètres du problème, ce rapport vaut en ordre de grandeur $10^{-2}/VL$, qui est petit à moins de choisir des valeurs déraisonables de V et L. On ne s'attend donc pas à ce que la conduction thermique joue un rôle important.
- 1.2.5 Avec la conductivité électrique calculée, le temps de disparition d'un champ magnétique à grande échelle vaut environ 10^{10} années, ce qui est supérieur à l'âge du soleil. Un tel champ pourrait donc avoir survécu depuis la formation du soleil.

2.

- 2.1 Dans une onde d'Alfvén plane de petite amplitude se propageant parallèlement au champ magnétique $\mathbf{B}_0$ (à une vitesse de phase petite devant c), les champs magnétique et électrique de l'onde sont perpendiculaires entre eux et à $\mathbf{B}_0$, la vitesse de phase vaut $(B_0^2/\mu_0\rho)^{1/2}$, donc la vitesse de groupe $d\omega/dk$ est égale à la vitesse de phase.
- 2.2 Les lignes de champ magnétique ont la forme de sinusoides de petite amplitude localement "parallèles". Si $\mathbf{x}$ est la direction de la perturbation du champ magnétique due à l'onde, et x l'amplitude du déplacement des lignes, le champ magnétique de l'onde vaut $B = kB_0x$, la vitesse du plasma (égale à celle des lignes) $-i\omega x$, d'où en module $B/v = kB_0/\omega = B_0/v_A$.
- 2.3 La force due au gradient de pression magnétique est proportionelle au gradient de $B_0^2 + B^2$, soit $2kB^2$. La tension magnétique varie comme $((\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}).\nabla)(\mathbf{B}_0 + \mathbf{B})$, soit B_0kB. Le rapport des deux est de l'ordre de grandeur de B/B_0, qui est petit. C'est la tension magnétique qui produit l'onde d'Alfvén.
- 2.4 On a $\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega\mathbf{B}$, d'où $E = v_AB$. D'où le rapport énergie électrique sur magnétique $= v_A^2/c^2 << 1$.
- 2.5 La vitesse de dérive des particules vaut environ $\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0/B_0^2 = v_AB/B_0 = v$. La vitesse des particules dans l'onde est bien leur vitesse de dérive dans les champs présents.

3.

3.1 Des protons de 1 MeV ont une vitesse $v = 1.4 \times 10^7$ m/s. D'où leur rayon de gyration (si la vitesse est perp. au champ magnétique) dans le champ magnétique du vent solaire à cette distance : $m_pv/eB = 4. \times 10^9$m. (Attention, ils ne sont pas relativistes ; ne pas utiliser inconsidérément la formule valable avec $p = W/c$). Pour les accélérer, il faut une structure significativement supérieure à cette valeur.
3.2 Avec l'expression donnée dans le cours, la vitesse de dérive au voisinage du plan de l'écliptique est perpendiculaire au plan de l'écliptique et vaut $W/erB = 10^6/(1.5 \times 10^{11} \times 3 \times 10^{-9}) = 2 \times 10^3$ m/s.
3.3 Le long du champ magnétique, les perturbations magnétiques se propagent à la vitesse d'Alfvén. Les perturbation de densité de masse se propagent à la vitesse du son.
3.4 Avec les hypothèses indiquées (qui sont très grossières, mais pas ridicules comptetenu des incertitudes sur les paramètres du milieu interstellaire), on trouve une distance de 81 UA environ, ce qui correspond à peu près à ce qu'indique l'article.

Noter aussi que les paramètres du vent solaire varient, donc la distance du choc n'est pas constante.

3.5 Les particules observées peuvent avoir effectivement été accélérées au voisinage du choc, mais elles se déplacent et on peut donc les observer plus loin. C'est ce que suggère l'autre article.

3.6 Avec les paramètres on trouve que le libre parcours moyen des électrons et ions dans le vent solaire à cette distance est de l'ordre de 4×10^{12}, ce qui n'est pas petit devant les dimensions. Le milieu étant perturbé, notamment par l'interaction avec le milieu interstellaire, on ne s'attend donc pas à ce que les fonctions de distribution soient Maxwelliennes (même à des énergies beaucoup plus petites que 1MeV).

3.7 Avec les paramètres du milieu, si la sonde n'est pas chargée, elle reçoit environ 10^8 électrons /m^2/s, ce qui est beaucoup plus petit que le flux de photoélectrons éjectés (le flux de protons est encore plus petit). La sonde se charge donc positivement. L'effet sur les fonctions de distribution est différent pour les électrons et les protons. Les électrons sont attirés, il se forme donc un trou (à faible énergie) dans la fonction de distribution mesurée à bord, que l'instrument à bord de la sonde ne peut pas voir car il mesure à faible énergie les photoélectrons émis par la sonde. Quand aux protons, ils sont repoussés, donc la distribution mesurée sera simplement décalée en énergie (mais ce décalage est négligeable devant leur énergie qui est au moins l'energie cinétique du vent solaire).